

**LA METODOLOGÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS COMO  
ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO CRÍTICO EN LOS  
ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
DEPARTAMENTAL SILVIA COTES DE BISWELL.**



**BALDOMIRO ROJAS ZAMBRANO.**

**MILAGRO TAMARA MOVILLA.**

**Proyecto de Grado para optar al título de**

**MAGISTER EN EDUCACIÓN**

**UNIVERSIDAD DE LA COSTA - CUC  
FACULTAD DE HUMANIDADES  
MAESTRIA EN EDUCACIÓN  
BARRANQUILLA  
2018**

**LA METODOLOGÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS COMO  
ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO CRÍTICO EN LOS  
ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
DEPARTAMENTAL SILVIA COTES DE BISWELL.**



**BALDOMIRO ROJAS ZAMBRANO.**

**MILAGRO TAMARA MOVILLA.**

**Proyecto de Grado para optar al título de**

**MAGISTER EN EDUCACIÓN**

**Asesor:**

**M.G CARLOS ALEJANDRO CARREÑO COLINA.**

**UNIVERSIDAD DE LA COSTA - CUC  
FACULTAD DE HUMANIDADES  
MAESTRIA EN EDUCACIÓN  
BARRANQUILLA  
2018**

**Nota de aceptación**

---

---

---

**Presidente del jurado**

---

**Jurado**

---

**Jurado**

---

**Barranquilla, 13 de diciembre de 2017.**

CORPORACIÓN UNIVERSIDAD DE LA COSTA  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN



ACTA DE SUSTENTACIÓN No. 1

En la ciudad de Barranquilla, en las instalaciones de la Universidad de la Costa, a las **1:40:00 PM**, del día **13 de diciembre de 2017**, se dio inicio a la sustentación del proyecto de grado titulado:

**"LA METODOLOGÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS COMO ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO CRÍTICO EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 11° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA DEPARTAMENTAL SILVIA COTES DE BISWELL"**

Presentado por **BALDOMIRO ROJAS ZAMBRANO Y MILAGRO TAMARA MOVILLA**, para optar al título de **MAGISTER EN EDUCACIÓN**.

Recomendaciones del Jurado:

---

---


---


---

---

---


En virtud de lo expuesto, el proyecto de grado presentado se evalúa como (Aprobado - Aplazado - No aprobado): Aprobado

  
Coordinador (a) - Edgardo Sanchez Montero

  
Asesor - Carlos Catreño Colina

Coasesor -

  
Evaluador - Osiris Frias Sierra

	<b>NORMAS PARA LA ENTREGA DE TESIS Y TRABAJOS DE GRADO A LA UNIDAD DE INFORMACION</b>	VERSION: 02
		FECHA: Junio 2012
		CODIGO: DOC-VACRE-NETGUDI

**ANEXO 1**  
**CARTA DE ENTREGA Y AUTORIZACIÓN DE LOS AUTORES PARA LA CONSULTA, LA REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL, Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL TEXTO COMPLETO DE TESIS Y TRABAJOS DE GRADO**

Barranquilla, Fecha 19/01/2018

Marque con una X

Tesis ☒ Trabajo de Grado ☐

Yo Baldomero Rojas Zambrano, identificado con C.C. No. 11411992, actuando en nombre propio y como autor de la tesis y/o trabajo de grado titulado La metodología resolución de problemas matemáticos como estrategia para el álgebra, presentado y aprobado en el año 2012 como requisito para optar al título de Magister en educación.

Hago entrega del ejemplar respectivo y de sus anexos de ser el caso, en formato digital o electrónico (DVD) y autorizo a la UNIVERSIDAD DE LA COSTA, CUC, para que en los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia, utilice y use en todas sus formas, los derechos patrimoniales de reproducción, comunicación pública, transformación y distribución (alquiler, préstamo público e importación) que me corresponden como creador de la obra objeto del presente documento.


Y autorizo a la Unidad de información, para que con fines académicos, muestre al mundo la producción intelectual de la Universidad de la Costa, CUC, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en la página Web de la Facultad, de la Unidad de información, en el repositorio institucional y en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la institución y Permita la consulta, la reproducción, a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato DVD o digital desde Internet, Intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

EL AUTOR - ESTUDIANTES, manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y la realizó sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es de su exclusiva autoría y detenta la titularidad ante la misma. PARÁGRAFO: En caso de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de un tercero en cuanto a los derechos de autor sobre la obra en cuestión, EL ESTUDIANTE - AUTOR, asumirá toda la responsabilidad, y saldrá en defensa de los derechos aquí autorizados; para todos los efectos, la Universidad actúa como un tercero de buena fe.

Para constancia se firma el presente documento en dos (02) ejemplares del mismo valor y tenor, en Barranquilla D.E.I.P., a los 19 días del mes de enero de Dos Mil dieciocho 2018.

EL AUTOR - ESTUDIANTE. Baldomero Rojas Z.  
**FIRMA**

 UNIVERSIDAD DE LA COSTA	NORMAS PARA LA ENTREGA DE TESIS Y TRABAJOS DE GRADO A LA UNIDAD DE INFORMACION	VERSION: 02
		FECHA: Junio 2012
		CODIGO: DOC-VACRE- NETGUDI

**ANEXO 1**  
**CARTA DE ENTREGA Y AUTORIZACIÓN DE LOS AUTORES PARA LA**  
**CONSULTA, LA REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL, Y PUBLICACIÓN**  
**ELÉCTRÓNICA DEL TEXTO COMPLETO DE TESIS Y TRABAJOS DE GRADO**

Barranquilla, Fecha

Marque con una X

Tesis ☐ Trabajo de Grado ☒

Yo MILAGRO TAHARA HOVILLA, identificado con  
 C.C. No. 32775693, actuando en nombre propio y como autor de la tesis y/o  
 trabajo de grado titulado LA METODOLOGIA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
MATEMÁTICOS COMO ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO presentado y  
 aprobado en el año 2017 como requisito para optar al título de  
MAGISTER EN EDUCACION

hago entrega del ejemplar respectivo y de sus anexos de ser el caso, en formato digital o  
 electrónico (DVD) y autorizo a la UNIVERSIDAD DE LA COSTA, CUC, para que en los  
 términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de  
 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia, utilice y use en  
 todas sus formas, los derechos patrimoniales de reproducción, comunicación pública,  
 transformación y distribución (alquiler, préstamo público e importación) que me  
 corresponden como creador de la obra objeto del presente documento.

Y autorizo a la Unidad de información, para que con fines académicos, muestre al mundo  
 la producción intelectual de la Universidad de la Costa, CUC, a través de la visibilidad de  
 su contenido de la siguiente manera:

Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en la página Web de  
 la Facultad, de la Unidad de información, en el repositorio institucional y en las redes de  
 información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la institución y Permita  
 la consulta, la reproducción, a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo,  
 para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato DVD o digital  
 desde Internet, Intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

El AUTOR - ESTUDIANTES, manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es  
 original y la realizó sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra  
 es de su exclusiva autoría y detenta la titularidad ante la misma. PARÁGRAFO: En caso  
 de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de un tercero en cuanto a los  
 derechos de autor sobre la obra en cuestión, EL ESTUDIANTE - AUTOR, asumirá toda la  
 responsabilidad, y saldrá en defensa de los derechos aquí autorizados; para todos los  
 efectos, la Universidad actúa como un tercero de buena fe.

Para constancia se firma el presente documento en dos (02) ejemplares del mismo valor  
 y tenor, en Barranquilla D.E.I.P., a los 19 días del mes de ENERO de Dos Mil  
dieciocho 2018.

EL AUTOR - ESTUDIANTE.

Milagro Tahara H.  
 FIRMA

### **Dedicatoria**

Quiero dedicarle este trabajo. A mi esposa y mis hijos por haber sacrificado los espacios familiares, para que este proyecto hoy sea una realidad; a mis padres que siempre creyeron en mí, dándome su apoyo y fortaleza en los momentos difíciles de la vida; a mis profesores por haber orientado esta investigación de la mejor forma.

Baldomiro Rojas Zambrano.

Dedico esta tesis a Dios quien fue mi guía y compañero siempre, a mis padres por su apoyo incondicional, a mi esposo e hijos por la paciencia que tuvieron al sacrificar tiempo que debía dedicar a ellos, a los profesores por haberme transmitido tanto conocimiento; pero en especial a mi hija PAULA ANDREA quien hoy disfruta de la presencia de Dios, a ti Loraine por ayudarme y darme alientos cuando no quería seguir, en fin a todas y cada una de las personas que hicieron posible que hoy este trabajo sea una realidad.

Milagro Támara Movilla.

### **Agradecimientos**

En primer lugar queremos darle las gracias a Dios por darnos la vida y las fuerzas suficientes para lograr este importante objetivo en nuestras vidas como profesionales.

Así mismo agradecerle a la gobernación del Magdalena por habernos brindado la oportunidad de acceder a las becas de Maestría en Educación.

De igual forma presentamos nuestros más sinceros agradecimientos al cuerpo directivo de la Universidad de la Costa CUC por el apoyo brindado para cursar la Maestría en Educación.

Nuestros agradecimientos al Dr. Edgardo Sánchez, por su compromiso, dedicación y responsabilidad en la dirección del convenio entre la gobernación del Magdalena y la Universidad de la Costa CUC.

Agradecemos a nuestro Tutor, Mg. Carlos Alejandro Carreño Colina, por sus indicaciones y sugerencias que contribuyeron al enriquecimiento de la presente investigación.

Muchas gracias al cuerpo de docentes de la Maestría en Educación por los conocimientos y experiencias compartidos, los cuales nos hicieron crecer como docentes y como personas.



	<b>NORMAS PARA LA ENTREGA DE TESIS Y TRABAJOS DE GRADO A LA UNIDAD DE INFORMACION</b>	VERSION: 02
		FECHA: Junio 2012
		CODIGO:DOC-VACRE-NETGUDI

**ANEXO 2  
FORMULARIO DE LA DESCRIPCIÓN DE LA TESIS O DEL TRABAJO DE GRADO**

TÍTULO COMPLETO DE LA TESIS O TRABAJO DE GRADO:

La metodología resolución de problemas matemáticos como estrategia para el dño del pensamiento crítico

SUBTÍTULO, SI LO TIENE:

AUTOR AUTORES

Apellidos Completos	Nombres Completos
<u>Rojas Zambrano</u>	<u>Baldemiro</u>

DIRECTOR (ES)

Apellidos Completos	Nombres Completos
<u>Támara Morilla</u>	<u>Milagro</u>

JURADO (S)

Apellidos Completos	Nombres Completos
<u>Frias</u>	<u>Osiris</u>

ASESOR (ES) O CODIRECTOR


Apellidos Completos	Nombres Completos
<u>Carreño Cobina</u>	<u>Carlos Alejandro</u>

TRABAJO PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Magister en educación

FACULTAD: Humanidades

PROGRAMA: Pregrado \_\_\_\_ Especialización \_\_\_\_

NOMBRE DEL PROGRAMA Maestría en educación

	<b>NORMAS PARA LA ENTREGA DE TESIS Y TRABAJOS DE GRADO A LA UNIDAD DE INFORMACION</b>	VERSION: 02
		FECHA: Junio 2012
		CODIGO: DOC-VACRE-NETGUDI

CIUDAD: Barranquilla AÑO DE PRESENTACIÓN DEL TRABAJO DE GRADO: 2012

NÚMERO DE PÁGINAS 125

**TIPO DE ILUSTRACIONES:**

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Ilustraciones                           | <input type="checkbox"/> Planos                 |
| <input type="checkbox"/> Láminas                                 | <input type="checkbox"/> Mapas                  |
| <input checked="" type="checkbox"/> Retratos                     | <input checked="" type="checkbox"/> Fotografías |
| <input checked="" type="checkbox"/> Tablas, gráficos y diagramas |   |

**MATERIAL ANEXO** (Video, audio, multimedia o producción electrónica):

Duración del audiovisual: \_\_\_\_\_ minutos.

Número de casetes de video: \_\_\_\_\_ Formato: VHS \_\_\_\_\_ Beta Max \_\_\_\_\_ 3/4 \_\_\_\_\_ Beta Cam \_\_\_\_\_

Mini DV \_\_\_\_\_ DV Cam \_\_\_\_\_ DVC Pro \_\_\_\_\_ Video 8 \_\_\_\_\_ Hi 8 \_\_\_\_\_

Otro. Cuál? \_\_\_\_\_

Sistema: Americano NTSC \_\_\_\_\_ Europeo PAL \_\_\_\_\_ SECAM \_\_\_\_\_

Número de casetes de audio: \_\_\_\_\_

Número de archivos dentro del DVD (En caso de incluirse un DVD diferente al trabajo de grado): \_\_\_\_\_

**PREMIO O DISTINCIÓN** (En caso de ser LAUREADAS o tener una mención especial): \_\_\_\_\_

**DESCRIPTORES O PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:** Son los términos que definen los temas que identifican el contenido. (En caso de duda para designar estos descriptores, se recomienda consultar con la Unidad de Procesos Técnicos de la Unidad de Información en el correo biblioteca@cuc.edu.co, donde se les orientará).

ESPAÑOL

INGLÉS

<u>Metodología de resolución de problemas</u>	<u>Problem solving methodology</u>
<u>Habilidades del pensamiento crítico</u>	<u>Critical thinking skills</u>

**RESUMEN DEL CONTENIDO EN ESPAÑOL E INGLÉS:** (Máximo 250 palabras-1530 caracteres):

---



---



---



---



---

### **Resumen.**

El presente estudio analiza el efecto de la metodología de resolución de problemas matemáticos, sobre el desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico, esta investigación es de tipo cuantitativo, con un enfoque cuasi experimental. La metodología se aplicó a 25 estudiantes de último año de educación media de la I.E.D Silvia Cotes de Biswell del municipio de El Banco en el departamento del Magdalena y fue evaluada mediante la aplicación de un pre test y un pos test, el cual consistió en realizar el análisis a un artículo periodístico, mediante la guía de las ocho preguntas de Richard Pauld y Linda Elder. En él se involucraron conceptos propios del área de matemática, para de este modo conocer qué nivel de pensamiento crítico tenían los participantes antes y después de la intervención pedagógica. Dentro de los resultados se resalta el mejoramiento de las habilidades del pensamiento crítico en los participantes que fueron intervenidos mediante la metodología RDP, especialmente la habilidad que les permite identificar la pregunta a la cual el autor quiere dar respuesta con su escrito. De acuerdo con la evaluación los estudiantes lograron mejoras significativas en las habilidades del pensamiento crítico, evidenciando la efectividad de la estrategia.

*Palabras claves: metodología resolución de problemas, habilidades del pensamiento crítico.*

**Abstract.**

The present study analyzes the effect of the methodology of solving mathematical problems, on the development of critical thinking skills, this research is quantitative, with a quasi-experimental approach. The methodology was applied to 25 students of last year of secondary education of the IED Silvia Cotes de Biswell of the municipality of El Banco in the department of Magdalena and was evaluated by applying a pre-test and a post-test, which consisted of the analysis to a newspaper article, through the guide of the eight questions of Richard Pauld and Linda Elder. It involved concepts from the area of mathematics, in order to know what level of critical thinking the participants had before and after the pedagogical intervention. The results highlight the improvement of critical thinking skills in the participants who were intervened using the RDP methodology, especially the ability to identify the question to which the author wants to respond with his writing. According to the evaluation, students achieved significant improvements in critical thinking skills, evidencing the effectiveness of the strategy.

*Keywords: problem solving methodology, critical thinking skills.*

## Contenido

Introducción.....	17
Capítulo 1.	
1. Planteamiento del problema .....	20
1.1. Descripción de la situación problema.....	20
1.2. Formulación del problema de investigación.....	24
1.3. Objetivos.....	24
1.3.1. Objetivo General.....	24
1.3.2. Objetivos Específicos.....	24
1.4. Hipótesis.....	24
1.5. Justificación.....	26
2. Marco referencial.....	32
2.1. Estado del arte.....	32
2.2 Marco teórico.....	40
2.2.1 Pensamiento Crítico.....	40
2.2.2 Resolución de problemas.....	50
3. Metodología.....	58
3.1 Paradigma investigativo.....	58
3.2 Diseño metodológico .....	59
3.3. Población y muestra.....	61
3.2.1 Población.....	61

3.2.2 Muestra.....	62
3.3 Definición de las variables.....	62
3.3.1 Variable Independiente: Metodología de Polya para Resolución de problemas.....	62
3.3.2 Variable dependiente: Desarrollo del Pensamiento crítico.....	69
3.4 Control de variables.....	70
4. Análisis de resultados.....	72
4.1 Resultados pre test.....	72
4.2 Resultados pos test.....	77
5. Discusión, conclusión y recomendaciones.....	85
5.1. Discusión.....	85
5.2. Conclusiones.....	88
5.3. Recomendaciones.....	89
6. Referencias.....	91
7. Anexos.....	95

## ÍNDICE DE TABLAS

	Pagina.
Tabla N° 1. Habilidades del Pensamiento Crítico.....	42
Tabla N° 2. Competencias y Estándares del Pensador Crítico.....	44
Tabla N° 3. Resumen Modelos de Resolución de Problemas.....	55
Tabla N° 4. Guías de trabajo.....	64
Tabla N° 5. Población y Muestra.....	70
Tabla N° 6. Instrumento.....	71
Tabla N° 7. Intervención.....	71
Tabla N° 8 Resultados descriptivos del pre-test grupo Control.....	74
Tabla N° 9.Resultados descriptivos del pre-test grupo Control.....	74
Tabla N° 10. Resultados descriptivos del pre-test grupo Control.....	74
Tabla N° 11.Resultados descriptivos del pre-test grupo Experimental.....	75
Tabla N° 12.Resultados descriptivos del pre-test grupo Experimental.....	75
Tabla N° 13.Resultados descriptivos del pre-test grupo Experimental.....	75
Tabla N° 14. Resultados descriptivos del pos-test grupo Control.....	79
Tabla N° 15. Resultados descriptivos del pos-test grupo Control.....	79
Tabla N° 16. Resultados descriptivos del pos-test grupo Control.....	80
Tabla N° 17. Resultados descriptivos del pos-test grupo Experimental.....	80
Tabla N° 18. Resultados descriptivos del pos-test grupo Experimental.....	80

Tabla N° 19. Resultados descriptivos del pos-test grupo Experimental.....	81
Tabla N° 20. Resultados de Pruebas paramétricas grupo Control.....	82
Tabla N° 21. Resultados de Pruebas paramétricas grupo Experimental.....	83
Tabla 22. Resultados de Pruebas paramétricas grupo Experimental.....	83

### ÍNDICE DE FIGURAS.

	Pagina.
Figura N° 1. Elementos del Pensamiento Crítico.....	43
Figura N° 2. Competencias para desarrollar el pensamiento crítico.....	48
Figura N° 3. Niveles de pensamiento.....	49
Figura N° 4 Resultados totales Pres Test.....	72
Figura N° 5 Resultados por pregunta Pre Test.....	73
Figura N° 6 Resultados Pos Test.....	77
Figura N° 7 Resultados Pre Test vs Pos Test.....	78
Figura N° 8 Resultados por componente Pos Test.....	79



## **Introducción**

A lo largo de la historia las matemáticas han presentado un alto grado de dificultad para los estudiantes en los distintos niveles de la educación (García, J. 2013), debido a que estas se presentan como un proceso de pensamiento que implica la construcción y aplicación de una serie de algoritmos o ideas abstractas relacionadas lógicamente a una actividad de construcción y reconstrucción del conocimiento, mediante la cual el sujeto asimila los modos sociales de actividad y los fundamentos del conocimiento científico, bajo condiciones de orientación e interacción social (González, 1994). Esta concepción, según Morin (1999, p. 35), “menosprecia otras formas de racionalidad o de experiencia humana distintas a la razón, esto es, la literatura, el arte, la poesía, el canto los cuales no son siempre privilegiados y fomentados bajo esa concepción”.

Atendiendo a estos requerimientos desde mediados del siglo pasado la comunidad científica viene realizando investigación en torno a la potencialización de las habilidades que el ser humano debe adquirir para lograr desarrollar las competencias de un ser crítico desde su pensar y reflejado en el quehacer diario como ser social, es por ello que esta investigación tuvo como eje principal lograr mejoras significativas en las habilidades y competencias del pensamiento crítico en los estudiantes de último año de educación media de la Institución Educativa Departamental Silvia Cotes de Biswell, a través de la utilización de la metodología resolución de problemas matemáticos.

Debido a que los resultados de pruebas internacionales como los del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés) aplicada en el año 2012, revelan que “11,5 millones de alumnos entre 15 y 17 años de edad tuvieron un rendimiento bajo en matemáticas” (Informe ejecutivo, PISA 2015. P. 12), de acuerdo con la OCDE esta población debe ser capaz de resolver situaciones problemas de cantidad, espacio, forma,

cambio, relaciones y probabilidad, este tipo de situaciones están situados en diferentes contextos, tales como: situación personal, relacionada con el contexto inmediato de los alumnos y sus actividades diarias; situación educativa o laboral, relacionada con la escuela o el entorno de trabajo; situación pública, relacionada con la comunidad; la situación científica, que implica el análisis de procesos tecnológicos o situaciones específicamente matemáticas.

De igual forma el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), desde el año 2014 viene orientando la prueba de matemática realizada por los estudiantes de grado 11° a la aplicación de esta área en distintos contextos tales como: Familiar o Personales, Laborales u Ocupacionales, Comunitarios o Sociales, y Matemáticos o Científicos.

En la actualidad aún se encuentra que la “organización tradicional de los currículos del área de las matemáticas, orientan la enseñanza a un trabajo basado en algoritmos que no permite a los estudiantes comprender el rol de la matemática en la sociedad” (Aravena, 2007, p. 27), es por esto que se hizo perentorio que los educandos desarrollen el pensamiento crítico, ya que como plantea Richard Paul y Linda Elder (2003) supone someter el pensamiento a rigurosos estándares de excelencia y dominio consciente de su uso, es decir esto implica que los sujetos logren mantener una comunicación efectiva y habilidades de solución de problemas con el compromiso de superar el egocentrismo y socio centrismo natural del ser humano.

Así mismo de acuerdo con Y. J Pachón (2013p. 5) en el ámbito de la educación en los distintos niveles Básica, Media y Superior, para lograr este propósito es necesario “la implementación de Ambientes que potencian el desarrollo de aprendizajes significativos a la vez que inducen al niño y la niña a pensar críticamente sobre cada una de las temáticas trabajadas en el aula de clase”, para ello es necesario que los jóvenes desarrollen habilidades sociocognitivas, como la autorregulación, el procesamiento de la información social y la

resolución de conflictos, sumadas a clases de apoyo, pueden tener repercusiones en los estudiantes Cook et al, 2014, (como lo citó PISA, 2015).

De acuerdo a lo anterior surgió la necesidad de romper con el paradigma tradicional, con el cual se desarrollaba el proceso enseñanza aprendizaje del área de matemáticas en el grado 11° de educación media de la I.E.D. Silvia Cotes de Biswell, es así como el grupo investigador planteó una ruta metodológica que inicio con la aplicación de un pre-test el cual consistió en el análisis de un artículo periodístico por medio de las ocho preguntas de Pauld y Elder, en aras de identificar las habilidades que poseían los educandos en relación con el pensamiento crítico, en ese momento se evidenció que los jóvenes presentaban grandes falencias en esta materia.

De este modo se diseñó una ruta de intervención en búsqueda de subsanar estas debilidades encontradas, para ello el equipo de trabajo realizo una triangulación entre las preguntas planteadas por Pauld y Elder con las etapas de la metodología resolución de problemas planteada por Polya, para que estos interrogantes se hicieran de forma rutinaria en la clase de matemáticas, en cada una de las situaciones problemas planteadas en las distintas sesiones de trabajo. Cabe señalar que las situaciones problemas planteadas en las diferentes clases fueron tomadas del cuadernillo de las pruebas SABER 11 del 2014 semestre B, con esto se buscó que los participantes pudieran enfrentarse a situaciones que involucrará distintos escenarios de la vida.

Luego de superada esta etapa se realizó un pos-test con el fin de corroborar si la intervención había tenido efecto positivo en el grupo experimental. En este momento se evidencio avances significativos en estudiantes, debido a que los promedios de estos aumentaron considerablemente respecto a los promedios del pre-test, además la desviación estándar disminuyó, mostrando resultados muy cercanos uno del otro en cada una de las habilidades del pensamiento crítico evaluadas a través de las ocho preguntas de Pauld y Elder.

## **Capítulo 1. Planteamiento del problema**

### **1.1 Descripción de la situación problema**

A lo largo de la historia las matemáticas han presentado un alto grado de dificultad para los estudiantes en los distintos niveles de la educación (García, 2013). Esta problemática se encuentra asociada a la forma como las matemáticas son presentadas a los estudiantes, es decir, como un proceso de pensamiento que implica la construcción y aplicación de una serie de algoritmos o ideas abstractas relacionadas lógicamente a una actividad de construcción y reconstrucción del conocimiento, mediante la cual el sujeto asimila los modos sociales de actividad y los fundamentos del conocimiento científico, bajo condiciones de orientación e interacción social (González, 1994). Esta concepción, es argumentada por Morin (1999), quien “menosprecia otras formas de racionalidad o de experiencia humana distintas a la razón, esto es, la literatura, el arte, la poesía, el canto los cuales no son siempre privilegiados y fomentados” (p.14), debido a que las matemáticas se limitan a la aplicación de operaciones rutinarias.

En este sentido, es necesario modificar el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de forma tradicional en la educación básica y media, es por ello que se debe recrear escenarios en los que el docente es el poseedor de todo conocimiento y el estudiante se convierte en un simple receptor de éstos, en nuestros días sólo ha conducido a que “miles de escolares sean excluidos del sistema educativo y que en el futuro formen parte de la legión de analfabetos funcionales para quienes la Matemática solo les evocará desencanto y frustración” (Rivas, 2015, p. 5).

Cabe mencionar, que en el ámbito nacional las cifras con respecto a la deserción por el factor de pertinencia, el cual en cierra aspectos tales como la poca utilidad de lo enseñado en la escuela muestra que aproximadamente el 38% de los estudiantes de la educación básica y media desertan por este factor, mientras que más del 20% de esta población lo hace por

prácticas pedagógicas inadecuadas. El departamento del Magdalena no es ajeno a esta situación, ya que los resultados son muy semejantes a la media nacional con un 37% y un 21% en cada uno de los aspectos mencionados anteriormente, de acuerdo con cifras del Ministerio de Educación Nacional (Encuesta Nacional de Deserción Escolar 2011).

Lo precedente, con lleva a reflexionar que de seguir insistiendo en educar de esta forma en la actualidad, es desconocer que la sociedad del conocimiento ha evolucionado y que nuestros estudiantes tienen otras habilidades y competencias adquiridas de diferentes formas y en distintos contextos; lo cual conlleva a que la manera de aprender de los niños, niñas y jóvenes que asisten a las aulas de clase sea diversa.

Todo lo anteriormente mencionado, tiene como consecuencia en el contexto Colombiano los bajos resultados de los estudiantes en el área de matemáticas en los distintos niveles educativos en los que se aplica la prueba PISA en nuestro país, es así como en 2006 se obtuvo un promedio de 370, en el 2009 de 381, en el 2012 de 376, mientras que en el año 2015 presento un promedio de 390, (PISA, 2015, p.11). Si bien se presentó un avance entre los años 2012 y 2015, cabe señalar que el incremento real en los últimos seis años es solo de 9 puntos en el promedio (comparando 2009-2015); de igual forma aun estos promedios se encuentran por debajo de países de la región como Chile, Uruguay, Costa Rica y aún más del promedio general de los países que presentan dicha prueba 490. Así mismo, este informe muestra que el 66% de los estudiantes de nuestro país tienen bajo desempeño en la prueba, es decir “La mayoría de los estudiantes colombianos sólo demostró capacidad para identificar información y llevar a cabo procedimientos matemáticos rutinarios, siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas, y responder a preguntas relacionadas con contextos conocidos” (PISA, 2012).

Ahora bien, es necesario resaltar que los bajos resultados no solo provienen de pruebas internacionales, pues los resultados del Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE) del año

2017 (compara resultados del año 2015 vs 2016), el cual se fundamenta en los resultados de las pruebas estandarizadas realizadas por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), para la educación básica (3°, 5° y 9°) y media (11°) reflejan esta triste realidad ya que para grado 11 solo se logró aumentar un punto en el promedio nacional del área de matemática, pasando de 50 a 51.

En este mismo informe, se logra observar como la Institución Educativa Departamental Rural Silvia Cotes de Biswell, en el nivel de educación media mostro un descenso en el área de matemática, ya que paso de tener un promedio de 43 puntos sobre 100 en el 2014 a 40 puntos en el 2015; además, para el año 2016 los resultados institucionales para la prueba ICFES grado 11 fue el área de matemáticas una de las que obtuvo uno de los menores promedios en la institución: Lectura crítica 47,8; Ciencias Naturales 46,56; Sociales 45,06; Matemáticas 43,13 e Inglés 42,7 (resultados agregados ICFES 2015-2016).

Estos resultados no son más que el reflejo de una mala práctica pedagógica, la cual esta cimentada en la “organización tradicional de los currículos del área de las matemáticas, reduciéndose la enseñanza a un trabajo basado en algoritmos que no permite a los estudiantes comprender el rol de la matemática en la sociedad” (Aravena, 2007).

Debido a todo lo anterior, cobra relevancia la necesidad en buscar alternativas pedagógicas que ayuden no solo a la mejora de los resultados en estas pruebas, si no que por el contrario ayuden al fortalecimiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje-evaluación, en la búsqueda de la adquisición de competencias y habilidades que le permitan a los educandos desempeñarse en diferentes contextos. Una alternativa es orientando el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación al desarrollo del pensamiento crítico, a través de la resolución de situaciones problemas en contextos reconocidos por los educandos, para que de esta forma dichos

aprendizajes sean más significativo para los niños y se logre potenciar el pensamiento crítico en ellos.

De acuerdo con García (1998), cuando existen dificultades en el área de la lectura, los estudiantes tienden a manifestar problemas en la adquisición del vocabulario matemático y confunden términos (como imagen y preimagen, máximo común divisor y mínimo común múltiplo, congruencia y semejanza, entre otros) y se les dificulta distinguir entre un dato necesario y aquellos que son solo contextualizaciones de un problema.

Aunado a lo anterior, Villalobos, Ávila & Olivares (2016) indica que con la resolución de problema se busca enfatizar en procesos de pensamiento y análisis, que vayan más allá de la operatoria de algoritmos repetitivos, así como promover en los estudiantes la autonomía, el reconocimiento de múltiples soluciones y el uso de conocimientos previos; para que de este modo los estudiantes desarrollen competencias que les ayuden a tomar decisiones pertinentes a lo largo de su vida personal y laboral.

Por lo tanto, desarrollar la metodología de resolución de problemas plantea una oportunidad al docente de crear estrategias novedosas, llamativas y contextualizadas, con el fin de motivar al estudiante en el aprendizaje de la matemática.

## **1.2 Formulación del problema de investigación**

Los resultados de las pruebas externas que evalúan los aprendizajes de los estudiantes y las referencias bibliográficas consultadas permiten identificar que la enseñanza de las matemáticas debe estar orientada desde la metodología de resolución de problemas. Lo anterior, conlleva a la formulación de la siguiente pregunta de investigación, la cual se constituirá en el hilo conductor del presente estudio:

¿De qué manera la utilización de la metodología de resolución de problemas matemáticos permitirá desarrollar el pensamiento crítico en los estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Silvia Cotes de Biswell?

### **1.3. Objetivos**

#### **1.3.1 Objetivo General.**

Utilizar la metodología de resolución de problemas matemáticos como estrategia para el desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Departamental Silvia Cotes de Biswell

#### **1.3.2. Objetivos específicos:**

- Diagnosticar el nivel de pensamiento crítico que poseen los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa Departamental Silvia Cotes de Biswell.
- Implementar actividades pedagógicas mediadas por la metodología resolución de problemas en el grupo experimental que ayuden a desarrollar el pensamiento crítico en los estudiantes de grado 11° de la institución Educativa Silvia Cotes de Biswell.
- Evaluar la implementación de la de la estrategia resolución de problemas, para el desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes de grado 11° de la institución Educativa Silvia Cotes de Biswell.

### **1.4. Hipótesis**

#### **1.4.1 Hipótesis general.**

**1.4.1.1H<sub>0</sub>.**El promedio en la prueba basada en las ocho preguntas de Richard Paul y Linda Elder, para determinar el nivel de las habilidades del pensamiento crítico, es menor o igual en los estudiantes del grupo experimental donde se desarrollaron las clases de matemáticas



aplicando la estrategia de resolución de problemas matemáticos al promedio de los estudiantes del grupo control, donde se desarrollan las clases de matemáticas de forma tradicional.

**1.4.1.2H1** El promedio en la prueba basada en las ocho preguntas de Richard Paul y Linda Elder, para determinar el nivel de las habilidades del pensamiento crítico, es mayor o igual en los estudiantes del grupo experimental donde se desarrollaron las clases de matemáticas aplicando la estrategia de resolución de problemas matemáticos al promedio de los estudiantes del grupo control, donde se desarrollan las clases de matemáticas de forma tradicional.

#### **1.4.2. Hipótesis por habilidades del pensamiento crítico.**

*H1.1.* Los resultados de la prueba basada en las ocho preguntas de Richard Paul y Linda Elder, para medir el propósito principal del artículo, luego de utilizar la metodología resolución de problemas matemáticos muestra un promedio mayor o igual en el grupo experimental frente al grupo control.

*H1.2.* Los resultados de la prueba basada en las ocho preguntas de Richard Paul y Linda Elder, para medir el conocimiento acerca de la pregunta clave a la que el autor quiere darle respuesta en el desarrollo del artículo, luego de utilizar la metodología resolución de problemas matemáticos muestra un promedio mayor o igual en el grupo experimental frente al grupo control.

*H1.3.* Los resultados de la prueba basada en las ocho preguntas de Richard Paul y Linda Elder, para medir el conocimiento acerca de la información más importante en el artículo, luego de utilizar la metodología resolución de problemas matemáticos muestra un promedio mayor o igual en el grupo experimental frente al grupo control.

*H1.4.* Los resultados de la prueba basada en las ocho preguntas de Richard Paul y Linda Elder, para medir el conocimiento acerca de las principales inferencias en el artículo, luego de

utilizar la metodología resolución de problemas matemáticos muestra un promedio mayor o igual en el grupo experimental frente al grupo control.

*H1.5.* Los resultados de la prueba basada en las ocho preguntas de Richard Paul y Linda Elder, para medir el conocimiento acerca de los conceptos clave que necesitan para comprender el artículo, luego de utilizar la metodología resolución de problemas matemáticos muestra un promedio mayor o igual en el grupo experimental frente al grupo control.

*H1.6.* Los resultados de la prueba basada en las ocho preguntas de Richard Paul y Linda Elder, para medir el conocimiento acerca de las suposiciones principales bajo el pensamiento del autor, luego de utilizar la metodología resolución de problemas matemáticos muestra un promedio mayor o igual en el grupo experimental frente al grupo control.

*H1.7.* Los resultados de la prueba basada en las ocho preguntas de Richard Paul y Linda Elder, para medir el conocimiento acerca de las implicaciones que tiene el tomar la línea de razonamiento del autor con seriedad, luego de utilizar la metodología resolución de problemas matemáticos muestra un promedio mayor o igual en el grupo experimental frente al grupo control.

*H1.8.* Los resultados de la prueba basada en las ocho preguntas de Richard Paul y Linda Elder, para medir el conocimiento acerca de los principales puntos de vista presentados en el artículo, luego de utilizar la metodología resolución de problemas matemáticos muestra un promedio mayor o igual en el grupo experimental frente al grupo control.

### **1.5. Justificación**

Utilizar la metodología en resolución de problemas para lograr desarrollar el pensamiento crítico en el área de matemática, tiene como finalidad que los estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Departamental Silvia Cotes de Biswell logren reflexionar individual y colectivamente sobre las acciones llevadas a cabo a partir de una situación problema planteada,

ya que resolver un problema consiste en encontrar buenas preguntas para solucionarlas. Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigiría que él actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca las que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles, etcétera (MEN, 1998).

El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás. Es necesario entonces relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista.

Guzmán (citado en MEN, 1998) plantea que:

“la enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces” (Lineamientos curriculares de matemáticas, p. 49).

A raíz de lo precedente el Ministerio de Educación Nacional, desde los lineamientos curriculares para el área de matemática considera como lo más importante en el proceso enseñanza aprendizaje:

- que el alumno manipule los objetos matemáticos;
- que active su propia capacidad mental;

- que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente;
- que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental;
- que adquiera confianza en sí mismo;
- que se divierta con su propia actividad mental;
- que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana;
- que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia

De acuerdo con ello, se pretende implementar en el aula de clase el desarrollo de una Educación Matemática Crítica, es decir que los estudiantes adquieran la habilidad de pensar matemáticamente en distintos contextos y a lo largo de todos los niveles educativos, a través de la conversación y las preguntas problemas como un método de eficaz atención a las diversidades y fortalecimiento de las formas de desarrollo del pensamiento matemático, tal como lo señalan (Darnaculleta, Iranzo& Planas, 2009).

En este mismo orden de ideas, los planteamientos de Cawley & Miller (2012) permiten concluir que la Educación Matemática Crítica se puede potenciar mediante la metodología de resolución de problemas, quienes definen este proceso en el ámbito matemático “como la interpretación de la información y el análisis de los datos para alcanzar una respuesta aceptable o con objeto de sentar la base de una o más alternativas posibles” (p.7). Desde esta concepción, el estudiante debe ser capaz de interpretar la información matemática incluida en una situación que puede estar enmarcada en distintos contextos, además de proponer y argumentar las posibles soluciones a la misma. Desde el mismo enfoque, Pólya (1945) planteó cuatro etapas

para la resolución de problemas como lo son: 1) Comprensión del problema, 2) Planificación, 3) Ejecución del plan y 4) Supervisión, por las cuales los educandos transitan para darle solución a cada situación que el docente le plantea.

De esta manera, se podrá potenciar el pensamiento crítico matemático, el cual ayudará a que los jóvenes sean capaces de desempeñarse no sólo en el ámbito de la matemática básica o genérica, si no que serán capaces de movilizar su conocimiento en diversos contextos y de este modo el trabajo que se realice en el aula de matemáticas bajo esta metodología logre mejorar el desempeño de los educandos pruebas SABER 11 y esto le facilite su ingreso a la educación superior.

Puesto que, al utilizar la metodología de resolución de problemas matemáticos mediada por las ocho preguntas de Richard Paul y Linda Elder, para el desarrollo pensamiento crítico en los estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Departamental Silvia Cotes de Biswell, no solo tiene como objetivo la mejora de los resultados en las pruebas SABER, sino que busca trascender más allá, es decir se pretende generar alternativas para la enseñanza de las matemáticas desde las cuales se evidencie la preocupación por el desarrollo del pensamiento crítico, identificando para el contexto institucional las distintas dificultades que en este se presentan y a partir de ellas se logre la comprensión y la crítica de la sociedad en general desde la enseñanza de las matemáticas, “llevando a cabo estrategias que permitan generar conocimiento matemático desde situaciones de crisis en el mundo que nos rodea” (Pachón, 2013, p. 6).

Además de lo anterior, también se busca contar con un aula de clase en la cual exista una mejor relación entre el docente y los estudiantes, y las que se tejen entre éstos últimos provocadas por situaciones problemáticas que a ellos les interesa resolver, debido a la influencia que estas tienen en su contexto. En este proceso de resolución de problemas todos aprenden y en especial

el docente quien modifica y enriquece los elementos presentes en el boceto con base en las estrategias, en aprendizajes no previstos, en dificultades y errores de los estudiantes; es decirse que para el profesor la experiencia de enseñar se convierte en una oportunidad de aprender con los estudiantes.

Los estudiantes en interacción con el docente y en diálogos cooperativos entre ellos mismos, establecen conexiones entre lo que previamente saben y lo nuevo. Ahora, la pregunta correcta y oportuna es de vital importancia, dado que las respuestas son reveladoras del nivel de comprensión y desarrollo de los procesos y de las nociones matemáticas involucradas en ellas. Finalmente, en la discusión de las posibles soluciones a las situaciones problemas planteadas por el docente, los estudiantes aprenden a comunicar sus puntos de vista y a escuchar las argumentaciones de los otros, validan formas de representación y construyen socialmente el conocimiento (MEN, 1998).

El objeto de esta investigación es generar pautas a los estudiantes de grado 11 de la I.E.D. Silvia Cotes de Biswell, logrando que estos desarrollen su pensamiento crítico, y de este modo observen, analicen e interioricen las matemáticas desde una óptica distinta, en donde la preocupación principal deje de ser la de resolver un algoritmo, que en última nada tiene que ver con la realidad social de su contexto y empiecen a ver las matemáticas como una herramienta que les permite su formación en valores democráticos y así logren ejercer una ciudadanía crítica.

De acuerdo con lo anteriormente señalado, se hace necesario que los procesos de enseñanza de las matemáticas se asuma la clase como el escenario en el que convive una comunidad de aprendizaje donde docentes y estudiantes interactúan para construir y validar conocimiento, para ejercer la iniciativa y la crítica, y de este modo puedan aplicar ese conocimiento en

diversas situaciones y contextos, tal como lo señalan los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006).

## **Capítulo 2. Marco Referencial**

### **2.1 Estado del arte.**

Las investigaciones precedentes a este trabajo revelan un conglomerado de información sobre cómo el desarrollo del pensamiento crítico, lo cual ayuda a mejorar las competencias básicas y sociales de las personas. A continuación se presentan diversas investigaciones que aportan al desarrollo del objeto de estudio del presente trabajo:

En primera instancia, encontramos la investigación de Olivares & Heredia (2012) bajo el título “Desarrollo del pensamiento crítico en ambientes de aprendizaje basado en problemas en estudiantes de educación superior”. El estudio tuvo como objetivo principal comparar los niveles de pensamiento crítico obtenidos con el Test California de Destrezas de Pensamiento Crítico (cctst-2000) de Facione (2000) por estudiantes de salud formados con la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas con alumnos de la misma escuela que no fueron expuestos a esta técnica didáctica.

El diseño del estudio fue de tipo cuantitativo y los resultados más importantes del mismo, muestran mayores niveles de pensamiento crítico en los estudiantes que se formaron en ambientes educativos que consideran el ABP. Adicionalmente se encontró un mayor balance en desarrollo de un pensamiento inductivo y deductivo en los estudiantes formados con la técnica didáctica de ABP.

Cabe resaltar, que este estudio contribuye de gran manera a la presente investigación, debido a que existe una correlación entre las variables objetos de estudios, las cuales fueron muy bien analizadas por estos investigadores, además las poblaciones estudiadas en ambas investigaciones se encuentran en edades cognitivamente semejantes.

En esta misma línea de investigación se encuentra el trabajo de Villalobos, Ávila & Olivares (2016) en su constructo titulado “Aprendizaje basado en problemas en química y el



pensamiento crítico en secundaria”, el cual tuvo como objetivo principal determinar si el aprendizaje basado en problemas en la asignatura de Química, de nivel secundaria, favorece el desarrollo del pensamiento crítico. Para ello los investigadores utilizaron un método mixto con diseño cuasi experimental, aplicado a un grupo experimental y otro control.

Los resultados de este trabajo mostraron que los alumnos mejoraron proporcionalmente en su pensamiento crítico; es decir quienes iniciaron con un nivel bajo antes de la estrategia, alcanzaron niveles de desempeño más altos. Además los participantes en la investigación “identificaron que el pensamiento crítico implica una serie de subcompetencias que no están presentes en situaciones comunes o poco complejas, por lo cual lo reconocieron como un proceso más estructurado para llegar a resoluciones por medio del razonamiento” (Villalobos et., 2016, p 574).

La investigación realizada por estos autores sirvió de gran apoyo al desarrollo del presente constructo, debido a que la población objeto de estudio en ambos casos son semejantes, de igual forma cabe señalar que a pesar que no se trabajó con la misma área de conocimiento (Química y Matemáticas), estas asignaturas son consideradas por la comunidad científica como ciencias pura o exactas, por ende la forma de abordarse son parecidas.

Otro antecedente importante a esta investigación, lo constituye el estudio realizado por Darnaculleta, Iranzo & P. Irujo (2009), en su trabajo “El pensamiento crítico en actividades reales”, el cual tuvo por objetivo principal diseñar, implementar y analizar actividades matemáticas en contextos reales para el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico en el aula de matemáticas. Esta investigación se desarrolló en cuatro aulas de enseñanza secundaria de los centros IES Gelida (Gelida, 3º de ESO), IES Ramón Casas i Carbo (Paula-Solita i Plegamans, 4º de ESO), Escola Montessori Palau (Girona, 3º de ESO) y Escola Voramar

(Barcelona, 4º de ESO), todos estos municipios pertenecientes a la comunidad de Cataluña España; todas ellas con una gran diversidad en sus estudiantes.

Los resultados del proceso investigativo permitieron concluir que los estudiantes lograron manifestar la perspectiva personal por medio de la argumentación en un ambiente de aula donde se están expresando otras perspectivas basadas en decisiones de grupo no siempre fundamentadas; comprender que otras personas pueden tener una manera distinta de aproximar una tarea matemática pero igualmente valida; identificar adecuadas y eficaces formas de resolución de una tarea matemática en función de los recursos disponibles y del contexto sugerido por el enunciado; reconocer cuando la construcción activa del conocimiento matemático requiere la inclusión conocimiento de otras áreas.

A partir de la experiencia sustentada por estos autores, se logró rescatar información valiosa la cual dio un sustento teórico preciso al momento del diseño de las actividades que se planearon y ejecutaron en la intervención pedagógica, es así como el presente trabajo pudo articular el conocimiento matemático con actividades de la vida real de los educandos a través de situaciones problemas contextualizadas.

Siguiendo la línea de investigación es preciso señalar el trabajo realizado por Aguilar, Navarro, López & otros (2002) bajo el título “Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos”, cuyo objetivo principal giró alrededor del análisis de las posibles relaciones entre los logros cognitivos alcanzados durante el estadio del pensamiento formal y la resolución de problemas matemáticos. Para tal fin, se utilizó la prueba TOLT (Test del pensamiento lógico) y una prueba de resolución de problemas matemáticos. Para el desarrollo de esta investigación se contó con una muestra constituida por 78 alumnos de 4º de Educación Secundaria Obligatoria de centros públicos de la provincia de Cádiz España.

La investigación fue analizada bajo el paradigma cuantitativo; por medio del cual se alcanzaron los siguientes resultados: el 36% de los niños y niñas que participaron en el proceso lograron resolver problemas donde los esquemas de proporcionalidad están presentes. Los resultados sugieren que alcanzar el nivel de razonamiento formal no es suficiente para saber aplicarlo en problemas matemáticos concretos, siendo necesario adquirir el conocimiento específico para llevar a cabo una correcta resolución.

Estos autores relacionan de manera magistral las variables objeto de estudio de la presente investigación, además desde el análisis de la información realizaron conclusiones valiosas que tributan de gran manera a este trabajo, debido a que desde lo cuantitativo se logra observar la gran incidencia que tiene en los niños y niñas la resolución de problemas para alcanzar las metas propuestas no solo desde lo disciplinal sino que trasciende a lo cognitivo.

De igual forma se logró revisar la investigación realizada por Betancourth, Muñoz y Rosas (2016), titulada “Evaluación del pensamiento crítico en estudiantes de educación superior de la región de Atacama-Chile”, la cual centro sus esfuerzos principalmente en desarrollar el pensamiento crítico de los estudiantes de la Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales de la Universidad de Atacama-Chile. Para ello evaluó habilidades del pensamiento crítico tales como: razonamiento verbal, análisis argumentativo, testeo de hipótesis, uso de probabilidades incertidumbre y toma de decisiones para la solución de problemas. La investigación se llevó a cabo bajo el paradigma cuantitativo de tipo descriptivo. Los resultados demostraron un bajo nivel en cada uno de los factores analizados.

Es importante también reseñar la investigación realizada por Lara, Ávila & Olivares (2017) en su trabajo “Desarrollo del pensamiento crítico mediante la aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas”, cuyo objetivo de estudio fue el de determinar si la aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas a estudiantes de Ingeniería Biomédica de una universidad

privada de Bogotá, favorece la obtención de competencias genéricas, especialmente el pensamiento crítico. El tipo de estudio fue de naturaleza mixta, cuasi experimental y transaccional, adicional a ello utilizaron un enfoque cuantitativo el cuestionario de las Competencias Genéricas Individuales validado por Olivares & Heredia (2012) asociado a tres dimensiones del pensamiento crítico: interpretación, juicio e inferencia.

Finalmente, se menciona que uno de los principales hallazgos encontrados por los investigadores es que los participantes evidenciaron que la aplicación de las estrategias del aprendizaje basado en problemas presenta resultados positivos para la resolución crítica de problemas de física, el análisis y autogestión del conocimiento.

Sin apartarse de la variable de investigación, se encuentra el estudio realizado Romero, et al (2015) en su investigación “Solución de problemas: una estrategia para la evaluación del pensamiento creativo”. El estudio tuvo como objeto principal comprender el proceso de solución de problemas y sus implicaciones en el pensamiento creativo. Para el desarrollo de este trabajo se contó con la participación activa de estudiantes del Instituto Pedagógico de Caracas, Venezuela, quienes se constituyeron en la población objeto de estudio.

La investigación se desarrolló bajo el paradigma cualitativo y dentro de las principales conclusiones a las que llegó la investigadora luego de realizar la sistematización de la información recolectada, es que el proceso enseñanza-aprendizaje-evaluación, debe conducir a la construcción del conocimiento acerca de contenidos específicos, al conocimiento de los propios procesos involucrados en la solución de problemas y ofrecerle al docente, la posibilidad de evaluar el desempeño de sus estudiantes centrándose no sólo en las limitaciones sino también en las potencialidades de los alumnos; la reflexión y la discusión grupal estimulan la producción de ideas, combaten el egocentrismo y la estrechez de conciencia, factores inhibidores de la creatividad; incrementar las habilidades de los estudiantes para reflexionar

sobre sus procesos determina la habilidad para transferir el aprendizaje a otras situaciones y momentos, de allí la importancia de promover actividades de enseñanza-aprendizaje-evaluación estrechamente interconectadas y vinculadas con la vida real.

Dentro de esa amplia revisión bibliográfica se logró encontrar esta importante investigación, la cual tributo de muy buena forma a este constructo, debido a que en él se presenta una propuesta bastante interesante en la que se relacionan la experiencia de la vida real con el aprendizaje de las matemáticas, a partir de situaciones problemas de contextos reconocidos para los estudiantes y a partir de este hecho se logra desarrollar las habilidades del pensamiento crítico.

En el ámbito nacional se halló el estudio realizado por Lara, Ávila y Olivares (2017), titulado “Desarrollo del pensamiento crítico mediante la aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas”. Este constructo tuvo como principal objetivo determinar si la aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas a estudiantes de Ingeniería Biomédica de una universidad privada de Bogotá, favorece la obtención de competencias genéricas, especialmente el pensamiento crítico.

Dicha investigación se realizó mediante un estudio de naturaleza mixta, cuasiexperimental y transaccional, bajo el enfoque cuantitativo. De acuerdo al tipo de investigación se quiso evaluar específicamente tres dimensiones del pensamiento crítico: interpretación, juicio e inferencia. De este modo y luego de la intervención pedagógica y sistematización de la información recolectada los investigadores lograron concluir que si bien el enfoque cuantitativo no arrojó resultados determinantes en el cambio del pensamiento crítico, si se encontraron cambios a través del análisis cualitativo, especialmente en análisis, interpretación y evaluación.

Este estudio se convierte en un aporte referente para el actual constructo, debido a que las variables objeto de estudios de ambas investigaciones guardan estrecha relación, además la ruta

metodología en algunos aspectos es semejante, por ello el grupo investigativo considero relevante esta investigación.

Así mismo se encontró el trabajo desarrollado por Colon, Miranda y Ruiz (2013), “el efecto del diálogo socrático en el pensamiento crítico en un grupo de estudiantes, utilizando como mediación el foro y el chat en una red social” para este estudio los investigadores propusieron como principal objetivo conocer los resultados obtenidos luego de indagar la incidencia que posee el diálogo socrático para desarrollar el pensamiento crítico apoyado en TIC utilizando el foro y el chat en una red social, en el proceso de enseñanza- aprendizaje de Lengua Castellana en la media vocacional.

Este trabajo se desarrolló mediante un enfoque cuantitativo, a su vez conto con un diseño cuasiexperimental, para lo cual se hizo necesario contar con un grupo control y otro grupo Experimental, este último formado por 33 jóvenes de undécimo grado de un colegio oficial de la media básica ubicados en el municipio de Soledad Atlántico.

Dentro de los principales hallazgos determinados por los investigadores se tiene que el diálogo socrático como mediación en comunidades virtuales, ayuda a desarrollar los estándares intelectuales relacionados con el pensamiento crítico, en cuanto a la claridad, la precisión y la exactitud.

Cabe señalar que esta investigación se convierte en un importante apoyo para el grupo de trabajo del presente constructo, debido a que como lo señala Colon, et., 2013, una de las principales herramientas para desarrollar el pensamiento crítico, es la técnica planteada por Richard Paul y Linda Elder, la cual es la misma utilizada en este proyecto.

Finalmente, otro aporte importante a la presente investigación lo ofrece Iriarte (2011) en su trabajo “Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque meta cognitivo”. En este estudio el investigador se planteó como objetivo principal

determinar la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque meta cognitivo en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos.

La investigación estuvo orientada desde el enfoque cuantitativo, así mismo cabe mencionar que para el desarrollo de la investigación se contó con una muestra conformada por 135 estudiantes de cuatro grupos de 5° de educación básica primaria de la institución Educativa Normal superior de Sincelejo - Colombia, la cual fue intervenida mediante la metodología cuasi-experimental. La metodología de la investigación contempló la aplicación de un test a los estudiantes, el cual contempla 10 situaciones problemas, tomadas de los cuestionarios utilizados por el ICFES (Instituto Colombiano Para el Fomento de la Educación superior) en las Pruebas Saber durante el periodo 2002 y 2003.

El análisis de los resultados obtenidos en la investigación permitió identificar diferencias estadísticas significativas, de los grupos experimentales, intra-grupo e inter-grupos, lo cual indica que el programa basado en estrategias didácticas con enfoque meta cognitivo produjo efectos positivos en la variable competencia de resolución de problemas. Estos efectos se produjeron en el sentido esperado: En el pretest el grupo control B y el experimental A, no obtuvieron diferencias significativas, en el pos-test el grupo experimental A obtuvo una importante mejora superando al grupo control. A su vez, la comparación del pos-test entre el grupo experimental C y el control D, muestra que el grupo experimental supera significativamente al grupo control, corroborándose que el programa de intervención sí da resultado.

Por la cercanía al contexto geográfico, social, cultural y sobretodo académico esta investigación se convirtió en uno de los más importantes referentes para la presente investigación, debido a que no solo articula de buena forma las variables objeto de estudio, sino que también tomaron como referente las pruebas SABER, a pesar que no en el mismo

nivel académico si evalúan las mismas competencias en el área de las matemáticas, esto pone de manifiesto la importancia que este tipo de prueba tiene para el desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico.

Las investigaciones reseñadas anteriormente se constituyen en precedentes conceptuales y metodológicos que sirven de sustento a la presente investigación, debido a que se abordan en ellas el estudio del desarrollo del pensamiento crítico y el enfoque de resolución de problemas para orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

## **2.2 Marco teórico**

### **2.2.1 Pensamiento Crítico.**

A continuación se presenta la disertación de algunos teóricos clásicos y contemporáneos que tributan a la fundamentación teórica de la presente investigación:

Al centrarnos en el pensamiento crítico la literatura parte, por un lado, de la filosofía y la psicología (Lewis & Smith, 1993) y, por otro, del campo de la educación (Sternberg, 1986). Aquellos que trabajan dentro de la tradición filosófica también enfatizan las cualidades o estándares de pensamiento. Por ejemplo, Solbes (2013) define el pensamiento crítico como el pensamiento de una determinada relación de calidad, esencialmente buenos pensamientos que cumplan con los criterios especificados o estándares de adecuación y precisión.

Para Boisvert (2004) el pensamiento crítico comprende las capacidades y actitudes que debe tener un sujeto para desempeñar un papel fundamental a la hora de conocer, analizar y transformar la gran cantidad de información que caracteriza el contexto social, en el que se desarrolla.

Según Facione (2013) el pensamiento crítico consiste en pensar con un propósito, como puede ser interpretar el significado de algo, probar una cuestión en particular o resolver un



problema, tanto de manera individual como colaborativa. Por su parte Kurfiss (1988) considera que responde a una investigación con el fin de analizar una situación, una pregunta, un fenómeno o un problema de manera que se pueda elaborar una conclusión justificada que integre toda la información disponible sobre el tema tratado.

Ahora bien, es imprescindible resaltar que uno de los primeros autores en abordar el pensamiento crítico, fue Kant (1724-1804) quien elaboro un libro cuyo objetivo era afinar, por medio de la crítica, el método del razonamiento filosófico, y objetivar la razón, la práctica y el juicio estético. Así mismo, este expresaba que la crítica de la razón era el único medio por el cual el pensamiento y el conocimiento pueden refinarse y avanzar. La crítica de la razón, en palabras de Kant, es un tribunal ante el cual todo ha de someterse.

El enfoque psicológico cognitivo contrasta con la perspectiva filosófica en dos formas. En primer lugar, los psicólogos cognitivistas, en particular los inmersos en la tradición del paradigma de la investigación experimental, tienden a centrarse en cómo las personas realmente piensan versus cómo podría o debería pensar bajo condiciones ideales (Sternberg, 1986). En segundo lugar, definen pensamiento crítico a partir de las características que debe poseer el pensador crítico ideal, y enumeran los criterios o los estándares del "buen" pensador, por eso es normal que los teóricos de la psicología cognitiva definan el pensamiento crítico por medio de una lista de habilidades o procedimientos realizados por pensadores críticos (Lewis & Smith, 1993).

Al centrarse en las habilidades de pensamiento, Romano (1995); p. 54) señala tres categorías o niveles:

“En primer lugar, las que sirven para inferir, clasificar, comparar, sintetizar, predecir, etc. (relativas a la información o habilidades básicas); en segundo lugar, la resolución de problemas, el pensamiento crítico, el pensamiento creativo, etc. y, por último, las

metacognitivas que permiten dirigir y controlar a las anteriores mediante la planificación y evaluación que cada persona lleva a cabo” (p. 54).

Por su lado, autores como Halpern (2006), Saiz, Nieto & Orgaz (2009), citados por Beltrán & Torres (2009), se han caracterizado en desarrollar las habilidades de pensamiento crítico (Ver Tabla 1).

Tabla 1.

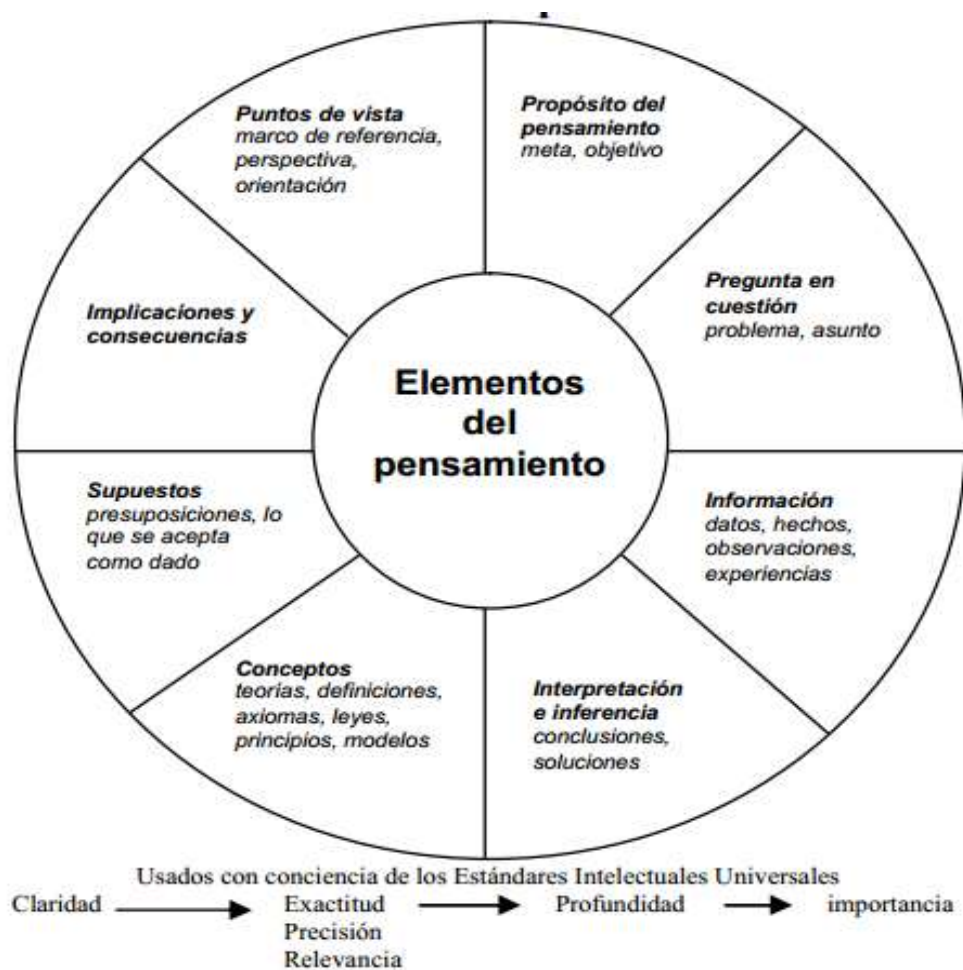
*Habilidades del Pensamiento Crítico.*

Habilidad	Concepto.
Razonamiento verbal y análisis de argumento	Permite identificar y valorar la calidad de las ideas y razones de un argumento y la conclusión coherente del mismo; además permiten reconocer analogías dentro del lenguaje cotidiano.
Comprobación de Hipótesis	Son ideas provisionales que representan posibles soluciones o razones explicativas de un hecho, situación o problema.
Probabilidad y de incertidumbre	Permiten determinar cuantitativamente la posibilidad de que ocurra un determinado suceso, además de analizar y valorar distintas alternativas necesarias para la toma de decisiones en una situación dada, de acuerdo a las ventajas e inconvenientes que éstas presenten.
Toma de decisiones y solución de Problemas	Permiten ejercitar las habilidades de razonamiento en el reconocimiento y definición de un problema a partir de ciertos datos, en la selección de la información relevante y la contratación de las diferentes alternativas de solución y de sus resultados; expresar un problema en formas distintas y generar soluciones.

*Nota. Adaptado de Beltrán & Torres (2009)*

Paul & Elder (2005) señalan que el pensamiento crítico “es ese modo de pensar – sobre cualquier tema, contenido o problema – en el cual el pensante mejora la calidad de su pensamiento al apoderarse de las estructuras inherentes del acto de pensar y al someterlas a estándares intelectuales”(p. 4). Para los autores, el pensamiento crítico consta de ocho elementos fundamentales, los cuales dan cuenta de acciones específicas que debe desarrollar el sujeto en aras de lograr una mayor y mejor comprensión de las situaciones a las que se enfrenta (ver figura 1).

Figura 1.



*Nota. Paul & Elder (2003).*

Además de los elementos presentados anteriormente, los autores proponen una serie de estándares universales que se deben usarse cuando un sujeto quiera verificar la calidad del razonamiento sobre un problema, asunto o situación. Pensar críticamente implica dominar estos estándares: 1) Claridad, 2) Exactitud, 3) Precisión, 4) Relevancia, 5) Profundidad, 6) Amplitud, 7) Lógica, 8) Importancia, 9) Justicia

De igual forma, Paul & Elder (2005) manifiestan que el pensador crítico debe contar con las siguientes competencias y desarrollar los estándares que se relacionan a continuación (Ver Tabla 2).

Tabla 2.

*Competencias y Estándares del Pensador Crítico*

Competencias	Estándares.
Elementos del razonamiento	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propósitos, Metas y Objetivos.</li> <li>• Preguntas, Problemas y Asuntos.</li> <li>• Información, Datos, Evidencia y Experiencia.</li> <li>• Inferencias e Interpretaciones</li> <li>• Suposiciones y Presuposiciones.</li> <li>• Conceptos, Teorías, Principios, Definiciones, Leyes y Axiomas.</li> <li>• Implicaciones y Consecuencias.</li> <li>• Puntos de Vista y Marcos de Referencia.</li> </ul>
Estándar intelectual universal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluar el Pensamiento.</li> </ul>
Rasgos intelectuales, virtudes o disposiciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justicia de Pensamiento.</li> <li>• Humildad Intelectual.</li> <li>• Coraje Intelectual.</li> <li>• Empatía Intelectual.</li> <li>• Integridad Intelectual.</li> <li>• Perseverancia Intelectual.</li> <li>• Confianza en la Razón.</li> <li>• Autonomía Intelectual.</li> </ul>
Barreras para el desarrollo del pensamiento racional.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pensamiento Egocéntrico.</li> <li>• Pensamiento Socio céntrico.</li> </ul>

---

habilidades del pensamiento crítico indispensables para el aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Habilidades en el Arte de Estudiar y Aprender.</li> <li>• Habilidades en el Arte de Hacer Preguntas Esenciales.</li> <li>• Habilidades en el Arte de Leer con Atención.</li> <li>• Habilidades en el Arte de la Escritura Sustantiva</li> </ul>
Dominios específicos del pensamiento	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Capacidades de Razonamiento Ético.</li> <li>• Habilidades para detectar la predisposición de los medios de comunicación masiva y la propaganda en las Noticias Nacionales y Mundiales.</li> </ul>

---

*Nota. Adaptado de Paul & Elder (2005)*

A continuación se mencionan algunas de las definiciones del pensamiento crítico que han surgido a partir del enfoque de la psicología cognitivista.

- Los elementos mentales, las estrategias y las representaciones que la sociedad utiliza para la solución de problemas, tomar decisiones y aprender nuevos conceptos (Carretero & Asensio, 2014).
- El desarrollo de habilidades o estrategias cognitivas que aumentan la probabilidad de un resultado adecuado y deseable (Marugan, Martin, Catalina & Román, 2013)  
Marugán, M.,
- "ver ambos lados de un tema, estar abierto a nuevas pruebas que des confirman sus ideas, razonamiento desapasionado, exigiendo que las reclamaciones estén respaldadas por pruebas, inferir conclusiones a partir de hechos disponibles, resolver problemas, etc. "(Willingham, 2007, p. 8).

Desde el campo pedagógico y de acuerdo con lo planteado por Feldman (2016) se tiene que en términos generales, la actividad de enseñanza implica que el docente actúa como un mediador entre la experiencia, necesidades, intereses y capacidades que trae el estudiante al proceso de aprendizaje y la experiencia que está contenida en los conceptos, procesos y valores, es decir la cultura de las materias académicas. La enseñanza es precisamente esta actividad de mediatización la cual comprende seis dimensiones esenciales sin las cuales no puede darse el proceso enseñanza aprendizaje: a) propiciar que el proceso de enseñanza aprendizaje sea pertinente; b) proporcionar herramientas intelectuales; c) propiciar el desarrollo y la adopción de criterios de calidad; d) ayudar a crear el clima afectivo que requiere el desarrollo humano y del pensamiento reflexivo y crítico; e) promover el apoyo mutuo, la colaboración, la comunicación y el diálogo entre los estudiantes fomentando el aprendizaje cooperativo; f) la enseñanza debe ser sobre todo modelaje.

A pesar de las diferencias entre las tres escuelas de pensamiento y sus enfoques para definir el pensamiento crítico, existen áreas de congruencias. En primer lugar, los investigadores del pensamiento crítico convergen en lo relacionado con las habilidades específicas incluidas en cada una de sus definiciones:

- Analizar argumentos, afirmaciones o pruebas (Ennis, 1985; Facione, 1990; Halpern, 1998; Paul, 1992);
- Hacer inferencias utilizando el razonamiento inductivo o deductivo (Ennis, 1985; Facione, 1990; Paul, 1992; Willingham, 2007).
- Juzgar o evaluar (Case, 2005, Ennis, 1985, Facione, 1990, Lipman, 1988, Tindal&Nolet, 1995).
- Tomar decisiones o resolver problemas (Ennis, 1985, Halpern, 1998; Willingham, 2007).

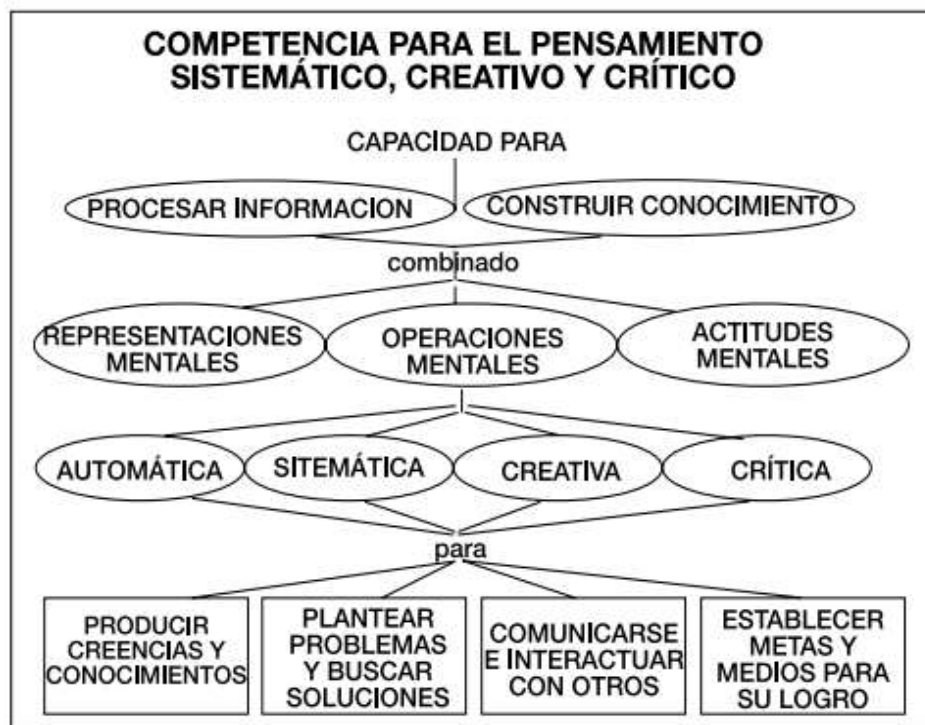
De acuerdo a lo señalado anteriormente, al referenciar el pensamiento crítico en el ámbito educativo, no es nada nuevo puesto que se puede decir que este ha sido uno de los temas que ha generado mayor preocupación y atención en las últimas décadas con respecto al desarrollo cognitivo del ser humano y su relación con el contexto en el cual se desenvuelve (Morales 2014). Algunos autores definen el pensamiento crítico como el “nivel más elevado o comprensivo de reflexión, es auto reflexión o autoconciencia: es el pensamiento que se vuelve sobre sí mismo para examinarse en su coherencia, fundamentación o sustantividad, origen contextual e intereses y valores a los que sirve”. (Vellarini, 2013, p. 3), además para este autor el pensamiento crítico se organiza en tres sistemas íntimamente relacionados, los cuales se mencionan a continuación:

1. sistema de representaciones o codificación; se trata de patrones mentales en términos de los cuales se organizan los estímulos o la información de modo que ésta se torna significativa. Las imágenes, las nociones, los libretos, los esquemas, los conceptos, etc. Son ejemplos de estos patrones o formas de representación.
2. sistema de operaciones; se trata de procedimientos mentales que se llevan a cabo sobre la información para organizarla o reorganizarla. Las destrezas intelectuales, las estrategias y tácticas de pensamiento, las heurísticas, los algoritmos y los métodos, etc. son ejemplos de tipos de procedimiento.
3. sistema de actitudes; se trata de disposiciones afectivas que proporcionan finalidad y energía a la actividad del pensamiento. Las emociones, los intereses, los sentimientos, los valores, etc. son ejemplos de tipos de actitud.

Así mismo Vellarini, plantea cuatro competencias que debe potenciar el maestro(a) en el estudiante para que este logre desarrollar el pensamiento crítico, dichas competencias son 1) el producir creencias y conocimientos; 2) plantear problemas y buscar soluciones; 3) comunicarse

e interactuar con otros y 4) establecer metas y medios para su logro. En la figura 2 se muestra cómo estas competencias se encuentran relacionadas entre sí.

Figura 2.



*Nota. Vellarini (2013)*

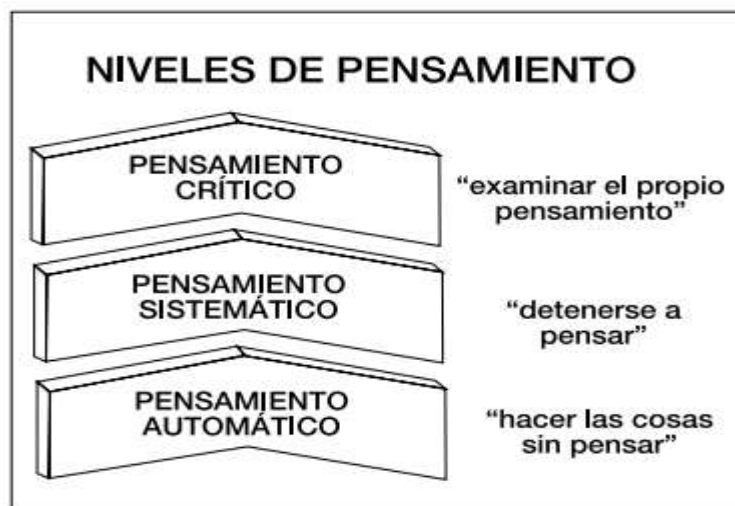
De igual forma el autor propone tres niveles del pensamiento (Ver figura 3)

1. Pensamiento automático: es decir se responde de modo inmediato ante los diversos estímulos del ambiente con respuestas previamente aprendidas.
2. Pensamos sistemáticamente: usamos todos los recursos intelectuales a nuestro alcance (los conceptos, destrezas y actitudes) para crear nuevas respuestas a las situaciones.
3. Pensamiento crítico: nos volvemos sobre nuestro propio proceso de pensamiento; llevamos a cabo lo que los filósofos llaman autoconciencia y los psicólogos



metacognición, nos dedicamos a examinar nuestra propia actividad y proceso de pensamiento.

Figura 3.



*Nota.* Vellarini (2013)

Por su parte Pauld & Elder (2005) plantean:

“El (qué) de la educación es el contenido que deseamos que adquieran nuestros estudiantes; todo lo que queremos que los estudiantes aprendan. El "cómo" de la educación es el proceso, todo lo que hacemos para ayudar a que los estudiantes adquieran el contenido de un modo profundo y significativo....

....Para facilitar que los estudiantes se conviertan en aprendices efectivos, los profesores deben aprender lo que es el trabajo intelectual, cómo funciona la mente cuando se encuentra intelectualmente comprometida, lo que significa tomar las ideas en serio, tomar posesión de las ideas” (p.8).

En términos generales se podría definir el pensamiento crítico como las habilidades que debe poseer el ser humano para analizar argumentos, hacer inferencias usando el razonamiento inductivo o deductivo, juzgar o evaluar, y tomar decisiones o resolver problemas (Álvarez, 2014).

### **2.2.2 Resolución de problemas:**

Antes de hablar de la competencia resolución de problemas en el área de matemáticas, sede hacer un recorrido teórico por el concepto de competencia, atendiendo a esta necesidad la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) define competencia como “la capacidad para responder a las exigencias individuales o sociales para realizar una actividad o una tarea” desde una combinación de “habilidades prácticas y cognitivas interrelacionadas, conocimientos (incluyendo el conocimiento tácito), motivación, valores, actitudes, emociones y otros elementos sociales y de comportamiento que pueden ser movilizados conjuntamente para actuar de manera eficaz” (OCDE, 2003, p.8). Y más adelante se puede leer que la competencia “se manifiesta en acciones, conductas o elecciones que pueden ser observadas o medidas” (OCDE, 2003, p.48), lo que implica que se pretenden establecer indicadores para su evaluación y medida.

Por su lado el Ministerio de Educación Nacional, en el marco de los Estándares Básicos de Competencia, define como competencia el cumulo de habilidades, destrezas, comprensión, actitudes y disposiciones del educando; frente al conocimiento adquirido en las distintas áreas del saber, así mismo el estudiante es competente cuando es capaz de reflexionar acerca “del saber qué, del saber cómo, del saber por qué o del saber paraqué” respecto a cada uno de los contenidos desarrollados en el aula de clase o fuera de ella (MEN, 2006).

Mientras que para el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (Icfes), las competencias matemáticas se encuentran enmarcadas en las habilidades que posee el evaluado para enfrentar situaciones que pueden resolverse con el uso de algunas herramientas

matemáticas. Es decir que estas habilidades les permite al educando enfrentarse a problemas no solo de índole genéricos propios del área, sino que trasciende a diferentes contextos de la vida social del ser humano como agente social (ICFES, 2017).

De igual manera el ICFES define tres competencias a evaluar para los estudiantes de grado 11, en las cuales articula los cinco pensamientos matemáticos planteados por el MEN en los estándares básicos de calidad y las denomina Interpretación y representación, Formulación y ejecución, y Argumentación. Para el interés del presente constructo se analizara de la competencia formulación y ejecución.

El ICFES define la formulación y ejecución como: “la capacidad para plantear y diseñar estrategias que permitan solucionar problemas provenientes de diversos contextos, bien sean netamente matemáticos o aquellos que pueden surgir en la vida cotidiana y son susceptibles de un tratamiento matemático” (ICFES, 2017, p. 31).

De acuerdo a lo anterior y tomando como referencia otros autores, la solución de problemas es un tema de reflexión teórica e investigativa de los enfoques de la psicología histórico-cultural, de la ciencia cognitiva computacional, y de la psicología social cognitiva, entre otros (Montealegre, 2011).

Para la psicología histórico-cultural la solución de problemas es un perfecto modelo de proceso mental complejo o función psicológica superior, la cual hace referencia a la combinación de instrumentos y signos culturales que median en la actividad psíquica humana (Montealegre, 2010).

De acuerdo con Vygotski y sus seguidores, entre los que se destacan Luria y Leóntiev la solución de problemas es un perfecto modelo de función psicológica superior o proceso mental complejo. Desde la perspectiva de la psicología histórico-cultural el resolver un conflicto de carácter cognitivo requiere de la relación de diferentes funciones psíquicas, tales como: lenguaje, pensamiento abstracto o razonamiento (deducción, inducción), etcétera.

Por otro lado, los representantes de la psicología social cognitiva, entre los que sobresale Piaget (1995) plantean que existe un conflicto o problema sociocognitivo cuando en una misma situación se producen socialmente diferentes enfoques o puntos de vista para solucionar dicha situación. Es así como Piaget plantea que para darle respuesta adecuada a este tipo de conflicto es necesario que exista una interacción social entre los actores del problema, para lograr acuerdos que conduzcan al equilibrio colectivos de tipo cognitivo de un grado superior a los obtenidos individualmente.

En este mismo sentido, Montealegre (2014) propone que las regulaciones sociocognitivas aparecen en escena justamente cuando se anulan las regulaciones relacionales. La equilibración resultante garantiza la reestructuración cognitiva. Dicha reestructuración es el producto del encuentro entre posiciones opuestas en relaciones sociales de asimetría o de igualdad.

De acuerdo con lo anteriormente planteado, se puede afirmar que una persona necesita los siguientes conocimientos para enfrentar y resolver un problema de tipo cognitivo: a) conocimiento lingüístico; b) conocimiento semántico; c) conocimiento esquemático (conocimiento de los tipos de problemas); d) conocimiento operativo (conocimiento de cómo desarrollar la secuencia de operaciones o conocer el algoritmo exacto para llevar a cabo la tarea), y e) conocimiento estratégico (técnicas para resolver el problema). Una estrategia es una técnica general que sirve de guía para resolver problemas, Montealegre (2016).

Desde el ámbito educativo, el enfoque de resolución de problemas ha sido ampliamente estudiado, específicamente desde el área de matemáticas. Muñoz (2014) señalan que la resolución de problemas matemáticos debe jugar un papel primordial en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje de esta área, debido a que esta actividad de modelización tiene importantes repercusiones en el desempeño educativo de los estudiantes, quienes se ven más motivados a aprender puesto que esto les permite no solo resolver problemas matemáticos, sino

que luego de adquirir esta habilidad son capaces de solucionar problemas en distintas áreas del conocimiento.

Por su parte González (2014) plantea que la actividad central en la enseñanza de las matemáticas debe ocuparse en trabajar la realidad del contexto a través de ideas y conceptos matemáticos, realizando dicho trabajo de acuerdo con los siguiente elementos: a) identificación del contexto para crear los esquemas; b) visualizar y reformular los problemas; c) descubrir relaciones y regularidades; d) encontrar semejanzas con otros problemas; e) desarrollar los esquemas matemáticos; f) hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben volverse a proyectar en la realidad para analizar su validez y significado.

En esta misma línea de pensamiento, Jaramillo (2014) señala que la resolución de problemas matemáticos tiene la intención de transmitir, de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas. Por medio de este método, el alumno podrá manipular objetos matemáticos, activará su capacidad mental, ejercitará su creatividad, hará metacognición (reflexión sobre su propio aprendizaje), se divertirá, se preparará para otros problemas y lo más importante, podrá adquirir confianza en sí mismo.

Alineado a ello, Morales (2014) plantea que aquellos hechos, operaciones, técnicas o métodos mentales que conllevan a la solución de un problema conectándolas con el conocimiento existente, todo esto se da a partir de la planificación y aplicación de una ruta pertinentes en cada caso, además debe llevarse una revisión minuciosa para identificar los errores cometidos y poder corregirlos y que la solución sea lo más certera posible.

Por otro lado Juidias & Rodríguez (2007) señalan que a pesar de todas estas nuevas reconceptualizaciones relacionadas con la resolución de problema, siguen estando vigentes las cuatro etapas propuestas por Polya en 1945:

- Comprensión del problema
- Planificación

- Ejecución del plan
- Supervisión

Comprensión del problema: la 1ª fase de la resolución hace referencia a la identificación y definición del problema. La identificación supone el reconocimiento de la existencia de un problema y de la necesidad de resolverlo.

Planificación: Se trata ahora de diseñar el esquema de actuación a seguir, lo que supone identificar las metas y las «submetas», examinar las diversas estrategias generales que podemos aplicar y elegir las acciones que se llevarán a cabo.

Ejecución del plan: Ello supone realizar las acciones particulares, regular la conducta para que se ajuste al plan prefijado y tomar decisiones con respecto a aspectos tales como la exactitud versus velocidad, etc.

Supervisión: fase se refiere a la verificación, es decir, la evaluación de las decisiones tomadas (análisis de la información, ejecución de los cálculos, etc.) y de los resultados del plan ejecutado (exactitud de la respuesta, correspondencia con el enunciado que la originó, etc.).

Para Schoenfeld (1985) las estrategias descritas por Polya son etiquetas que designan familias de estrategias semejantes y, a diferencia de los algoritmos, no son prescriptivas sino descriptivas, pues describen de manera general un procedimiento de resolución.

Así mismo, Schoenfeld presenta su punto de vista en lo referente a la comprensión y la enseñanza de las matemáticas, las cuales deben ser abordadas como un campo de resolución de problemas. De acuerdo con el autor, se necesitan cuatro categorías de conocimiento / habilidades para tener éxito en matemáticas: (1) Recursos - proposición y conocimiento de procedimientos de matemáticas, (2) heurísticas - estrategias y técnicas para resolver problemas, como trabajar hacia atrás o dibujar figuras, (3) control - decisiones sobre cuándo y qué recursos y estrategias usar, y (4) creencias - una "visión del mundo" matemática que determina cómo alguien aborda un problema.

La teoría de Schoenfeld se apoya en un extenso protocolo de análisis de los estudiantes que resuelven problemas. Es por ello, que el marco teórico desarrollado se basa en muchos otros trabajos en psicología cognitiva, particularmente el trabajo de Moreno, Rugby & Pou (2015) pone más énfasis en la importancia de la metacognición y los componentes culturales de aprender matemáticas (es decir, sistemas de creencias) que en su formulación original.

Tabla 3.

*Resumen Modelos de Resolución de Problemas*

	1ª Fase	2ª Fase	3ª Fase	4ª Fase
Polya 1945	Comprensión.	Planeación.	Implementación.	Verificación.
Schoenfeld (1979)	Análisis Exploración	Diseño.	Implementación.	Supervisión
Dunlap y McKnight (1980)	Percepción de símbolos escritos Decodificación de símbolos escritos Formulación del significado general de las oraciones Traducción del mensaje general en un mensaje matemático	Determinación de lo que hay que buscar Examen de los datos relevantes Análisis de las relaciones entre los datos Elección de las operaciones matemáticas Estimación de las respuestas	Formulación de los datos mediante la notación matemática Ejecución de los cálculos matemáticos Decodificación de los resultados para que tengan sentido técnico Formulación de los resultados técnicos como respuestas a las cuestiones iniciales	Verificación de las respuestas
Gagné (1983)	Traducción verbal de las situaciones descritas al lenguaje matemático.		Fase central de cálculo	Validación de la solución.

*Nota. Adaptado de Judías & Rodríguez (2007)*

La resolución de problemas ha tomado fuerza en el campo investigativo, debido a la importancia que esta tiene en el desarrollo de competencias para la vida, es así como en diferentes documentos tanto internacionales como nacionales, resaltan su valor y la necesidad del desarrollo de esta competencia (informe Cockcroft, 1982; PISA 2006; MEN 1998).

Partiendo de las definiciones de las variables objetos de estudios de este trabajo se pretende entonces contribuir al desarrollo del pensamiento crítico a través de la resolución de problemas matemáticos, privilegiando las situaciones que acontecen en contextos conocidos por los estudiantes, para que de este modo los niños le encuentre la aplicabilidad a los distintos conceptos matemáticos estudiados en el aula de clase y así logren la re-significación de las matemáticas y su relación con el entorno.

Si se desea formar un ciudadano activo es importante tener un conocimiento profundo del medio en el cual se vive, y establecer una relación consciente y participativa con el entorno. En este orden de ideas, las matemáticas como área fundamental dentro de la organización curricular de la educación Colombiana no puede ser ajena a este reto, de no ser así, se cae en el riesgo que las futuras generaciones caigan en la enajenación, la marginación y la masificación consumista, sin hacer uso de la capacidad de pensamiento crítico. De acuerdo con lo anterior, “pensar críticamente le permite al hombre gobernar su “mundo”, y no solamente existir en él; asimismo le permite ser consciente de la importancia de su papel en el desarrollo de la sociedad”. (Montoya & Monsalve 2013, p. 15).

En este mismo sentido en la ley 115 de 1994 señala que “la educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos, y de sus deberes” (p.1). Además, a mencionada ley establece como uno de los fines de la educación “El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico, y tecnológico



nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural, y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país” (p.2).

Finalmente, Callejo & Zapatero (2014) sostienen que “La resolución de problemas es el corazón de la actividad matemática, y aprender a resolver problemas se considera un objetivo importante de la educación matemática en todos los niveles educativos” (p. 6), de ahí la importancia de orientar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde este enfoque.

### **Capítulo 3. Metodología**

#### **3.1 Paradigma investigativo**

Considerando las características del constructo evaluado, el presente trabajo se encuentra enmarcada en el paradigma Emperico - Analítico, el cual toma su conocimiento de la experiencia y su estudio se ocupa de objetos materiales, es decir establecer relaciones entre los hechos y permite que los datos encontrados no sólo se limiten a describir la realidad, sino que tales datos sirvan para explicar, no sólo el fenómeno estudiado, sino que revela también las causas de otros hechos similares que se presenten en la naturaleza, en la sociedad o en el mundo en general, tal como lo plantea (Pino, 2015).

Además este trabajo está fundamentado en el enfoque cuantitativo, debido a que busca medir con precisión y rigor la relación que existe entre las variables objeto de estudio, (Martínez, 2013). Del mismo modo y por sus características el diseño metodológico en el que se encuentra sumergido esta investigación es el cuasi-experimental, debido a que se busca en él se refleja la necesidad de medir y estimar magnitudes de los fenómenos o problemas de la presente investigación.

Así mismo el enfoque cuantitativo utiliza la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin establecer pautas de comportamiento y probar teorías. Cada etapa precede a la siguiente y se pueden eludir pasos, el orden es riguroso, aunque desde luego, se podría redefinir alguna fase. La investigación parte de una idea que va acotándose y, una vez delimitada, se derivan los objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura y se construye un marco o una perspectiva teórica. De las preguntas de investigación se establecen hipótesis y determinan variables; se traza un plan para probarlas (diseño); se miden las variables en un determinado contexto; se analizan las mediciones obtenidas utilizando métodos estadísticos, y se extrae una serie de conclusiones respecto de la o las hipótesis. (Hernández, 2014).

### 3.2 Diseño Metodológico

El diseño de esta investigación es de tipo cuasi-experimental, explicado por Hernández, Fernández y Baptista (2010), como aquel en el cual se manipulan variables independientes sobre variables dependientes, se diferencian de los experimentos verdaderos en el nivel de confiabilidad que existe sobre la igualdad inicial de los grupos, pues estos no deben ser asignados al azar, ni acomodados, son grupos intactos formados antes de la investigación y sin tener nada que ver con la misma, debido a que los grupos de trabajo (grupo control 11° A y grupo experimental 11° B) se encuentran establecidos con anterioridad por las directivas de la institución.

Para el desarrollo de la presente investigación se planteó adelantar cinco etapas: 1) Planteamiento del problema: el cual está fundamentado en los bajos resultados obtenido por los estudiantes de grado 11° de la I.E.D. Silvia Cotes de Biswell de El Banco Magdalena en las pruebas SABER a lo largo de la historia de esta prueba y la importancia que tiene el pensamiento crítico a la hora de enfrentar situaciones problemas en distintos contextos.

2) Aplicación de un Test de entrada: se realizó la aplicación de Pretest en aras de determinar el nivel de pensamiento crítico que tenían los estudiantes de los grados 11 A y 11 B, a partir del análisis de un artículo mediante la mini guía de las ocho preguntas planteadas por Paul & Elder (2005).

3) Intervención: se planteó un ruta pedagógica con el objetivo de mejorar la habilidades en el pensamiento crítico de los estudiantes del grado 11° A mediante la aplicación de la metodología resolución de situaciones problemas matemáticas en distintos contextos, a partir de las situaciones planteadas por el ICFES en la prueba de matemática del año 2014 y orientadas mediante la adaptación del Test de las ocho preguntas de Paul & Elder (2005) a partir de lo planteado por Polya (1945) y Schoenfeld (1985) en lo concerniente a la resolución de problemas; para la implementación de esta ruta se organizaron guías de trabajo teniendo en

cuenta los referentes de calidad del Ministerio de Educación Nacional (Estándares Básicos de competencias, Derechos Básico Aprendizaje) así como también la Matriz de Referencia y los Lineamientos de las pruebas SABER 11, documentos emanados por el ICFES.

Cabe señalar, que las guías de trabajo están estructurada en cuatro momentos: a) Exploración de saberes previos: busca identificar las ideas previas de los estudiantes respecto al tema que se piensa desarrollar en la clase; b) Estructuración: modelación de actividades que permiten la construcción de los aprendizajes discutidos en clase; c) Transferencia: solución de situaciones problemas usando los aprendizajes construidos en la clase, a modo de verificación de la comprensión de dichos aprendizajes; y d) Contextualización: actividades que le permitan al estudiante relacionar los aprendizajes con situaciones de la cotidianidad; todo esto atendiendo al modelo pedagógico de la Institución Activista Constructivista y a las orientaciones pedagógicas que para el área de matemáticas publicó el Ministerio de Educación Nacional en el año 2016.

Es así, como en cada una de estas etapas se pretende tener una participación activa de los estudiantes favoreciendo el trabajo en colaborativo, en aras de potenciar el desarrollo de las habilidades y competencias del pensamiento crítico a partir de la enseñanza de las matemáticas. Gutiérrez (2012, p.7) establece cuatro etapas como “los procedimientos que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos”. La intervención pedagógica se realizó entre los meses de abril y agosto del año 2017, logrando en este tiempo desarrollar 12 guías de trabajo con el grupo experimental, cada una de ellas conto con el análisis y aprobación del equipo investigador, en aras de fortalecer las habilidades y competencias del pensamiento crítico.

4) Aplicación de un Post-test: se realizó la aplicación de una segunda prueba, la cual consistió en el análisis de un artículo a partir de las ocho preguntas de Paul & Elder (2005),

con el fin de evaluar los avances de los estudiantes del grupo experimental y compararlos con los resultados del grupo control.

5) Análisis de resultado: Para esta etapa se tuvieron en cuenta los siguientes parámetros de medición estadísticos: Media, Desviación típica y Coeficiente de Pearson; todos ellos con un nivel de confianza del 5%.

### **3.3 Población y Muestra**

#### **3.3.1 Población.**

Dentro de este contexto investigativo la población se encuentra conformada por 58 estudiantes de los grados 11 de la instrucción educativa Departamental Silvia Cotes de Biswell, distribuidos en las dos sedes en donde la Institución ofrece los servicios de educación media, como lo son la sede principal y la sede número 2 “Sagrado Corazón”, ambas sedes ubicadas en la zona rural del municipio de El Banco Magdalena; estas comunidades se encuentran en el nivel socioeconómico 1 del SISBEN, sus principales actividades económicas se encuentran enmarcadas en la agricultura, la pesca artesanal y la ganadería a menor escala.

#### **3.3.2 Muestra.**

Se realizó un muestreo no probabilístico, debido a que como se mencionó anteriormente los grupos son conformados previamente por las directivas de la institución y se quiso mantener a los estudiantes en su entorno natural, para no afectar su conducta a lo largo del desarrollo de las actividades propuestas, es así como la muestra de trabajo está conformada por 43 alumnos que representan el 74,13% del total de los estudiantes de grado 11° de la Institución, estos jóvenes pertenecen a los grados 11° A y 11 B de la sede principal “Silvia Cotes de Biswell”, de ellos 25 son de sexo femenino, mientras que 18 son hombre. Se seleccionaron estos grupos debido a que los jóvenes de estos grados asisten regularmente a clase, además uno de los

investigadores tiene contacto directo con ellos por ser docente en esta sede, esto permite mantener una relación continua con todos estos actores involucrados en los proceso investigativo.

Como grupo experimental se seleccionó el grado 11 A, debido a la naturaleza de esta investigación se realizó una selección no probabilística, este grupo está formado por 12 niñas y 11 niños con edades que oscilan entre los 15 y 17 años, teniendo en cuenta lo anterior se decidió que el estudiante que falte a por lo menos el 30% de las secciones de intervención será excluido del proceso y no hará parte de la etapa del Post-test. Mientras que el grupo control cuenta con 20 estudiantes de ellos 13 son niñas y 7 son varones con el mismo rango de edades que los participantes del grupo experimental.

### **3.4 Definición de las variables**

#### **3.4.1 Variable Independiente: Metodología de Polya para resolución de problemas.**

##### *Definición conceptual.*

Es la forma de desarrollar el proceso enseñanza aprendizaje a partir del diseño, ejecución y evaluación de situaciones problemas por parte de los docentes, teniendo en cuenta cuál es su naturaleza, ser capaces de establecer y enseñar una estrategia de resolución que se pueda llevar a cabo, encontrar la solución que mejor se adapte al problema original y, por último, comunicar dicha solución, (Conejo & Ortega, 2013).

Por su parte Leal S y Bong A (2015, p. 75) definen la metodología resolución de problemas matemáticos como “un proceso cognitivo, es decir, una parte integral de cualquier aprendizaje matemático; una estrategia, esto es, una forma de enseñar Matemática; un contenido conceptual, procedimental y actitudinal con entidad propia”.

##### *Definición operacional.*

Se pretende desarrollar en el estudiante la capacidad para enfrentar, analizar y solucionar una situación problema matemática, en marcada en distintos contextos, teniendo en cuenta las siguientes etapas: Comprensión de la situación problema; Planificar la ruta de solución del problema; Ejecución de la ruta de solución; Verificación de la repuesta obtenida (Ver Tabla 4).

- Comprensión de la situación problema. Reconoce los principales elementos matemáticos y contextuales que se encuentran involucrados en la situación problema, además identifica de manera clara y precisa la información clave que el autor utilizó en la formulación de la situación, para apoyar sus principales argumentos.
- Planificar la ruta de solución del problema. Organiza en forma esquemática los elementos y datos, de acuerdo con el nivel de importancia que tienen dentro de la situación problema, a partir de estos factores es capaz de diseñar una estrategia que le permita solucionar el problema.
- Ejecución de la ruta de solución. Aplica de forma precisa y coherente la estrategia elegida, además realiza la revisión constante de tal aplicación, para determinar posibles errores y rediseñar de los pasos.
- Verificación de la repuesta obtenida. Examina a fondo el camino seguido, se pregunta cómo ha llegado a la solución o por qué no se ha llegado, comprende y analiza por qué la respuesta encontrada es la que le da solución a la situación problema planteada, mira si se puede encontrar un camino más simple, además reflexiona sobre el proceso de pensamiento seguido y saca conclusiones para el futuro.

Todo esto se desarrolló mediante la implementación de guías de trabajo planificadas a partir de situaciones problemas que se encuentran en los cuadernillos de las pruebas SABER grado 11 del año 2014 liberados por el ICFES, las cuales fueron revisadas a la luz de los referentes de calidad emanados desde el MEN (Estándares Básicos de Competencias y Derechos Básicos

de Aprendizaje) y los documentos publicados por el ICFES (Matriz de Referencia y los Lineamientos generales para la presentación del examen de estado SABER 11).

Tabla 4.

*Guías de trabajo.*

Número de Guías.	Pensamiento	Estándar	DBA	Competencia	Contenido	Afirmación	Situaciones o contextos de evaluación
1	Aleatorio y sistemas de datos	Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.	Comprende que distintas representaciones de los mismos datos se prestan para distintas interpretaciones.	Interpretación y representación	Estadístico/ Genérico o	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Comunitarios o sociales.
2	Espacial y sistemas geométricos.	Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.	Conoce las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos	Formulación y ejecución	Geometría/ No genérico o	Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	Laborales u ocupacionales.



3	Aleatorio y sistemas de datos	Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.	Utiliza nociones básicas relacionadas con el manejo y recolección de información como población, muestra y muestreo aleatorio.	Argumentación.	Estadística/ No genérico.	Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	Familiar es o personales.
4	Números y sistemas numéricos	Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada.	Identifica cuando una relación es una función, reconoce que una función se puede representar de diversas maneras, y encuentra su dominio y su rango.	Argumentación	Álgebra y cálculo/ genéricos: Razonamiento cuantitativo	Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	Familiar es o personales.
5	Números y sistemas numéricos.	Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir	Identifica cuando una relación es una función, reconoce que una función se	Argumentación.	Álgebra y Cálculo / genéricos: Razonamiento	Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar	Familiar es o personales.

		sobre su uso en una situación dada.	puede representar de diversas maneras, y encuentra su dominio y su rango.		cuantitativo.	solución a problemas.	
6	Aleatorio y sistemas de datos.	Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística proveniente de medios de comunicación.	Comprendo que distintas representaciones de los mismos datos se prestan para distintas interpretaciones.	Interpretación y representación.	Estadística/genéricos: Razonamiento cuantitativo.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Familiar es o personales.
7	Aleatorio y sistemas de datos.	Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística proveniente de medios de comunicación.	Reconoce los conceptos de distribución y asimetría de un conjunto de datos, y reconoce las relaciones entre la media, mediana y moda en relación con la distribución en casos sencillos.	Interpretación y representación.	Estadística/genéricos: Razonamiento cuantitativo.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Familiar es o personales.

8	Métrico y sistemas de medidas	Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media.	Estima el tamaño de ciertas cantidades y juzga si los cálculos numéricos y sus resultados son razonables.	Argumentación	Geometría/no Genérico.	Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	Familiar es o personales.
9	Espacial y sistemas geométricos	Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.	Analiza algebraicamente funciones racionales y encuentra su dominio y sus asíntotas.	Formulación y ejecución.	Geometría/Genéricos: Razonamiento cuantitativo.	Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	Matemáticos o científicos.
10	Numérico y sistemas	Comparo y contrasto las propiedades de los números	Multiplica, divide, suma y resta fracciones	Argumentación.	Álgebra y cálculo/ Genéricos:	Valida procedimientos y estrategias matemáticas	Familiar es o personales.

	numéri cos.	(naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadam ente los distintos sistemas numéricos.	que involucran variables (fraccione s) algebraica s) en la resolución de problemas.		Razona miento cuantita tivo.	s utilizadas para dar solución a problemas.	
11	Espacia l y sistema s geomét ricos.	Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.	Describe característi cas de la relación entre dos variables a partir de una gráfica.	Argumen tación.	Álgebra y Cálculo /No Genéric o.	Valida procedimie ntos y estrategias matemática s utilizadas para dar solución a problemas.	Matemá ticos o científic os.
12	Aleatori o y sistemas de datos.	Justifico o refuto inferencias basadas en razonamiento s estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.	Calcula e interpreta la probabilida d de que un evento ocurra o no ocurra en situaciones que involucran conteos con combinacio nes y permutacio nes.	Argument ación.	Estadísti ca/ Conteni dos no genérico s.	Valida procedimien tos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	Familiar es o personal es.

### 3.4.2 Variable dependiente: Desarrollo del Pensamiento crítico

#### Definición conceptual.

El pensamiento crítico es el proceso neurológico que le permite al ser humano realizar el análisis y evaluación de la consistencia de sus razonamientos (metacognición), (Fiscal, 2012). Además el pensamiento crítico es auto-dirigido, auto-disciplinado, autorregulado y auto-correctivo. Supone someterse a rigurosos estándares de excelencia y dominio consciente de su uso. Implica comunicación efectiva y habilidades de solución de problemas y un compromiso de superar el egocentrismo y socio centrismo natural del ser humano. (Morales, 2014).

#### Definición operacional.

Variable dependiente: Desarrollo del Pensamiento crítico.

Operacionalmente se realiza mediante la implementación de un pre-test, el cual tenía como objetivo principal conocer los niveles de pensamiento crítico que en ese momento tenían los estudiantes, para ello se analizó un artículo periodístico a la luz de las ocho preguntas planteadas por Paul y Elder para este fin.

Posteriormente se realizó la intervención pedagógica, esta se desarrolló mediante secciones de clases que estuvieron orientadas a lograr que los estudiantes analizaran, resolvieran y planearan situaciones problemas matemáticas enmarcadas en distintos contextos (familiares o personales; laborales u ocupacionales; comunitarios o sociales; matemáticos o científicos), a partir de los siguientes elementos: identificación del pensamiento del autor; la pregunta en cuestión; información clave; interpretación e inferencia; las suposiciones principales; las ideas y los conceptos clave; implicaciones y consecuencias; puntos de vista.

Finalmente se realizó un pos-test, el cual consistió en analizar el mismo artículo del pre-test, en aras de poder contrastar ambos resultados e identificar si existía diferencias significativas entre los resultados hallados en ambos casos, para ello se realizó un estudio estadístico que

contando con elementos tales como la prueba Shapiro – Wilk para probar normalidad, pruebas de parametrización a cada una de las habilidades del pensamiento crítico evaluadas en el pos-test, además se realizó la diferencia de mediana – U de Mann - Whitney en el conjunto de datos obtenidos del pos test para los grupos experimental y control.

### 3.5 Control de Variables.

Para el presente estudio se tuvo en cuenta controlar las siguientes variables, en aras de no alterar los resultados finales de este constructo (Ver tabla 5,6 y 7).

Tabla 5.

#### *Población y Muestra.*

Qué	Cómo	Porqué
Población objeto de estudio.	Se seleccionaron estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Departamental Silvia Cotes de Biswell.	Se considera que para el paso de la educación media a la universitaria los estudiantes deben poseer un pensamiento crítico desarrollado, el cual les permita analizar, resolver y reflexionar sobre cualquier tema académico, social, cultural o político, que afecte su desempeño en la sociedad.
Participantes.	Estudiantes que se encuentren debidamente matriculados en el Sistema Integrado de Matricula Estudiantil (SIMAT), en la I.E.D Silvia Cotes de Biswell en el grado 11°	Existe homogeneidad en los procesos educativos desarrollados por los participantes antes de la realización de la intervención pedagógica.

*Nota. Autores (2017)*

Tabla 6.

*Instrumento.*

Qué.	Cómo.	Porqué.
Validación del Instrumento.	Para la aplicación del Pretest y Pos-test se contó con él a poyo de un grupo de 4 expertos Silvera, González, Miranda & Carreño 2017, quienes realizaron la revisión a cada una de las respuestas dadas a las preguntas planteadas en el instrumento de evaluación (8 preguntas de Richard Paul & Linda Elder, 2005), para el análisis de las habilidades del pensamiento crítico.	La validez de contenido realizada por los jueces expertos señala que las respuestas son pertinentes para la evaluación de las habilidades del pensamiento crítico, esto les permitió a los investigadores contar con unicidad de criterios al momento de realizar la revisión de las respuestas dadas por los participantes en las pruebas.

3.5.1 Tabla 7.

*Intervención.*

Qué.	Cómo.	Porqué.
Ruta de intervención.	Estableciendo un cronograma de actividades fechas precisas de acuerdo al calendario académico para cada encuentro con los estudiantes y de este modo desarrollar cada una de las secciones de trabajo con los estudiantes.	Para tener una proyección de las actividades a realizar y el nivel de seguimiento y exigencia en cada una de ellas para lograr los objetivos propuestos.
Diseño de las clases y talleres.	Se tiene un formato de clases donde se especifica las características de la clase a realizar y los talleres que se trabajarán, en búsqueda de potencial y afianzar cada una de las habilidades del pensamiento crítico en los estudiantes.	Para tener una ruta de acción clara y poder realizar modificaciones de ser necesario.

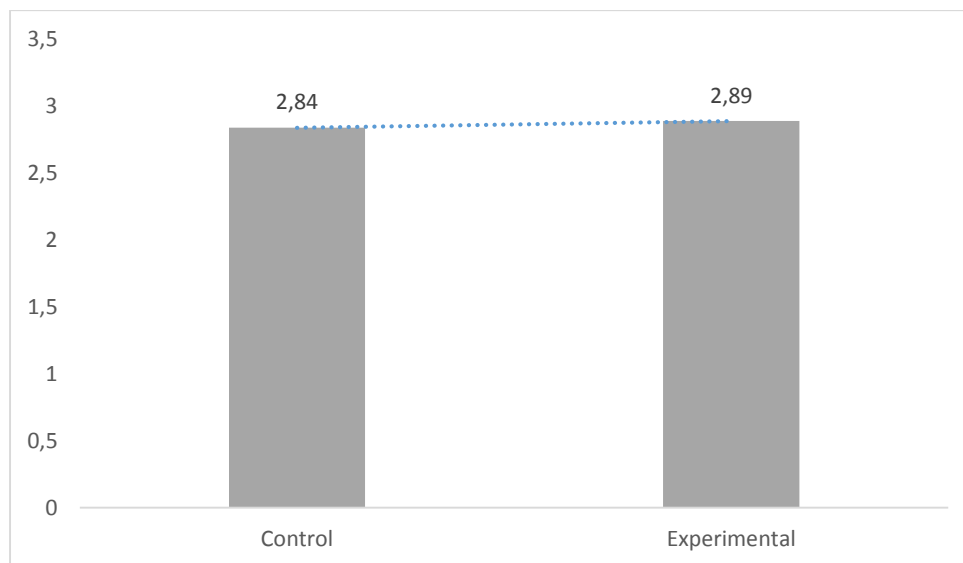
*Fuente: Autores (2017).*

## Capítulo 4. Análisis de resultados.

A continuación, se presentan los resultados del pre test y post para el grupo experimental y control.

### 4.1.Resultados pre test.

Figura 4.



*Resultados totales Pre Test.Fuente: Propia del autor*

De acuerdo a estos resultados se identifica que los promedios para el pre test, el cual pretendía medir el nivel de pensamiento crítico que tenían los estudiantes de los grados 11 A (Grupo Experimental) y 11 B (Grupo Control), a partir del análisis de un artículo periodístico mediante la mini guía de las ocho preguntas planteadas por Paul & Elder (2005). Para el grupo control y experimental son 2,84 y 2,89 con una desviación estándar de 0,41 y 0,43; bajo estos elementos, los dos grupos evidencian un bajo comportamiento en el porcentaje de logro y un poco variabilidad en la prueba aplicada ya que los resultados de los estudiantes, de manera general, presentan desviaciones estándar bajas en relación a la media; adicional a este



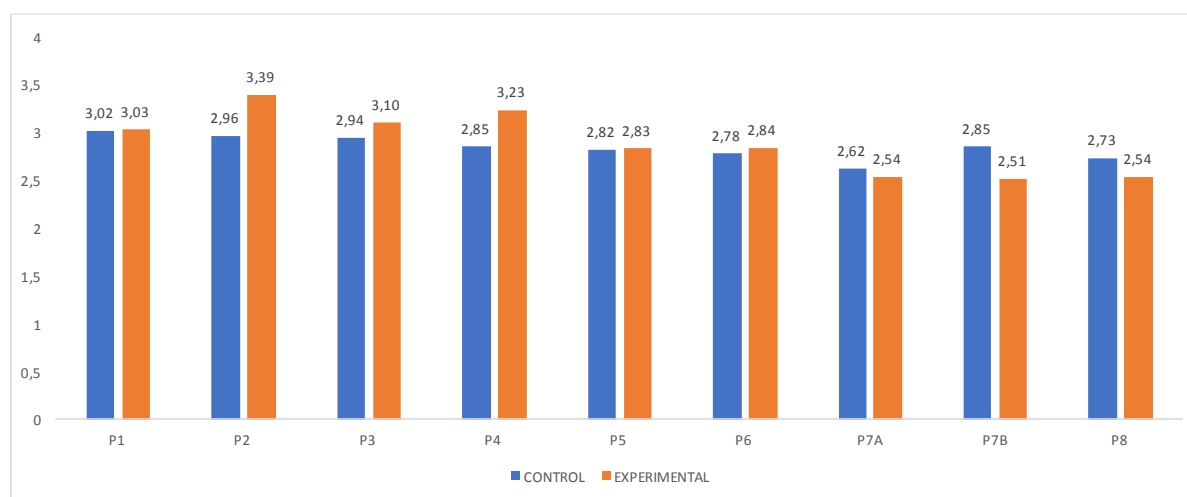
comportamiento se observa que no logran, un resultado medio por grupo, igual al mínimo aprobatoria para la prueba que es 3,0.

Además, los intervalos de confianza con una significancia del 5% para la media en el grupo control y experimental son respectivamente 2,64 – 3,03 y 2,71 – 3,08, quienes refuerzan la idea del bajo rendimiento en este Pre Test; lo cual se complementa con variabilidad en el conjunto de datos, teniendo en cuenta que sus respectivos coeficientes de variación de Pearson son 14,44% y 14,87% los cuales muestran una baja variabilidad en los resultados.

También se puede identificar en el conjunto de datos, que se tiene al menos un estudiante con un puntaje máximo de 3,58 en la prueba para el grupo control y 3,92 para el experimental, y un puntaje mínimo de 2,11 y 2,33 para los mismos grupos respectivamente.

Es claro que los dos grupos presentan un bajo nivel de pensamiento crítico.

*Figura 5.*



*Resultados por pregunta Pre Test. Fuente: Propia del autor*

Tabla 8.

*Resultados descriptivos del pre-test grupo Control.*

<b>Estadístico evaluado</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>	<b>P4</b>
Media	3,02	2,96	2,94	2,85
Desviación	0,92	0,84	0,76	0,73
Coeficiente de variación	30,46%	28,37%	25,85%	25,61%
Intervalo de confianza del 95%	2,58 – 3,45	2,56 – 3,35	2,58 – 3,30	2,5 – 3,19

*Fuente: Propia del autor*

Tabla 9.

*Resultados descriptivos del pre-test grupo Control*

<b>Estadístico evaluado</b>	<b>P5</b>	<b>P6</b>	<b>P7A</b>	<b>P7B</b>
Media	2,82	2,78	2,62	2,85
Desviación	0,64	0,63	0,61	0,72
Coeficiente de variación	22,69%	22,66%	23,28%	25,26%
Intervalo de confianza del 95%	2,51 – 3,12	2,48 – 3,07	2,33 – 2,90	2,51 – 3,18

*Fuente: Propia del autor*

Tabla 10.

*Resultados descriptivos del pre-test grupo Control*

<b>Estadístico evaluado</b>	<b>P8</b>
Media	2,73
Desviación	0,74
Coeficiente de variación	27,10
Intervalo de confianza del 95%	2,38 – 3,07

*Fuente: Propia del autor*

Tabla 11.

*Resultados descriptivos del pre-test grupo Experimental*

<b>Estadístico evaluado</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>	<b>P4</b>
<i>Media</i>	3,03	3,39	3,10	3,23
<i>Desviación</i>	0,78	1,07	0,71	0,91
<i>Coeficiente de variación</i>	25,74%	31,56%	22,90%	28,17%
<i>Intervalo de confianza del 95%</i>	2,69 – 3,37	2,92 – 3,85	2,80 – 3,41	2,83 – 3,63

*Fuente: Propia del autor*

Tabla 12.

*Resultados descriptivos del pre-test grupo Experimental*

<b>Estadístico evaluado</b>	<b>P5</b>	<b>P6</b>	<b>P7A</b>	<b>P7B</b>
<i>Media</i>	2,83	2,84	2,54	2,51
<i>Desviación</i>	0,66	0,76	0,62	0,44
<i>Coeficiente de variación</i>	23,32%	26,76%	24,40%	17,52%
<i>Intervalo de confianza del 95%</i>	2,55 – 3,12	2,51 – 3,17	2,27 – 2,81	2,32 – 2,71

*Fuente: Propia del autor*

Tabla 13.

*Resultados descriptivos del pre-test grupo Experimental*

<b>Estadístico evaluado</b>	<b>P8</b>
<i>Media</i>	2,54
<i>Desviación</i>	0,62
<i>Coeficiente de variación</i>	24,40%
<i>Intervalo de confianza del 95%</i>	2,27 – 2,81

*Fuente: Propia del autor*

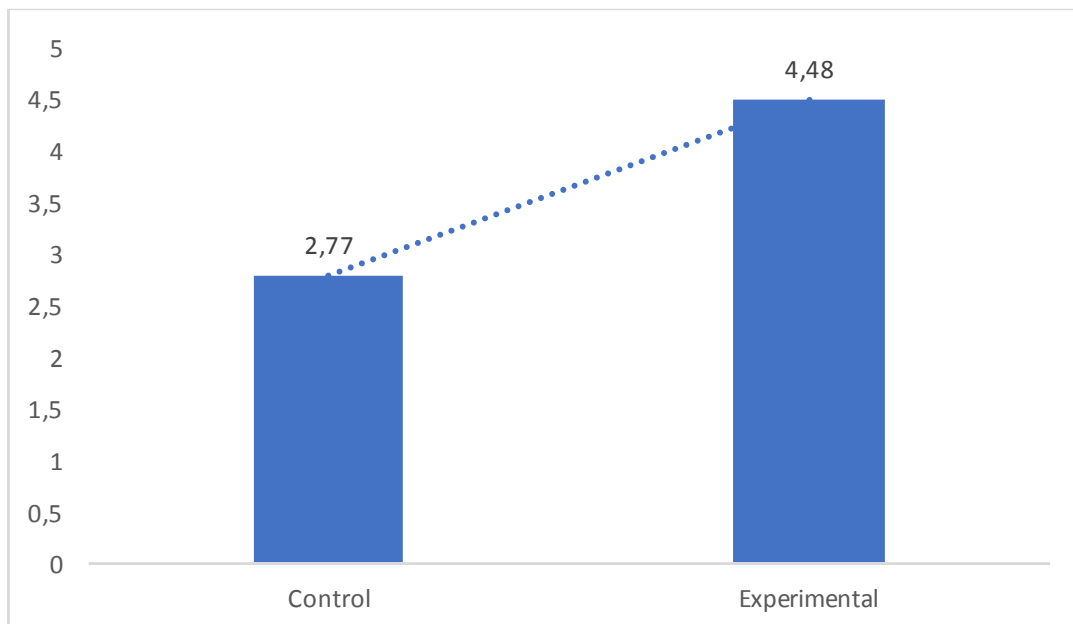
De acuerdo a los resultados de cada una de las habilidades del pensamiento crítico evaluados se identifica que para el grupo experimental y control los resultados en la prueba aplicada no son buenos teniendo en cuenta que 4 de las nueve preguntas evaluadas superan ligeramente el mínimo aprobatorio, el cual es de 3,0.

Teniendo en cuenta los resultados promedio de cada una de las preguntas se identifica que el mejor de ellos para el grupo experimental se presenta en la pregunta 2, cuyo resultado promedio es de 3,39 una desviación estándar de 1,07, sin embargo, esta pregunta es la que mayor variabilidad presenta en relación a la media, esto se evidencia en el coeficiente de variación de Pearson cuyo valor es de 31,56%, estos hallazgos dan a conocer que todos los estudiantes no tienen el mismo nivel de habilidad al momento de identificar la pregunta clave a la cual hace referencia el autor en la situación planteada, la formula y presenta de manera clara y precisa.

En caso contrario se identifica que la pregunta de más bajo resultado fue la 7B, para el grupo experimental, la cual evalúa la habilidad que tienen los educandos para identificar el argumento expuesto por el autor y plantea de manera clara, precisa y coherente las implicaciones o consecuencias que se presentarían si se toma con seriedad el razonamiento del autor. En esta pregunta el promedio fue de 2,51 y una desviación estándar de 0,44 y un coeficiente de variación de Pearson de 17,52% evidenciando una variabilidad bastante baja de acuerdo a su media.

## 4.2 RESULTADOS POS TEST

Figura 6.



*Resultados Pos Test. Fuente: Propia del autor*

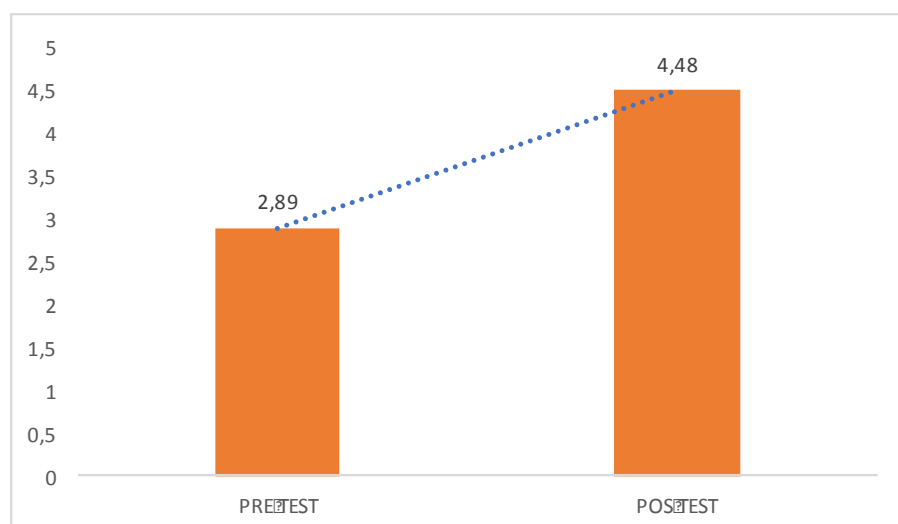
En resultados para el pos test se tiene que los promedios en la prueba, la cual consistió en el análisis de un artículo a partir de las ocho preguntas de Paul & Elder (2005), con el fin de evaluar los avances de los estudiantes del grupo experimental y compararlos con los resultados del grupo control, se obtuvo que para el grupo control y experimental estos promedios son de 2,77 y 4,48 con una desviación estándar de 0,28 y 0,26 respectivamente; bajo estos elementos, se evidencia un buen resultado para el grupo experimental, en donde el porcentaje de crecimiento en comparación al grupo control es de 61,73%; adicional a esto, se resalta que el logro promedio supera el mínimo aprobatorio para esta prueba, lo cual no es logrado por el grupo control.

Además, los intervalos de confianza con una significancia del 5% para la media en el grupo control y experimental son respectivamente 2,64 - 2,91 y 4,37 – 4,60 quienes refuerzan la idea del bajo rendimiento en grupo control y del buen resultado obtenido para el experimental.

También se puede identificar en el conjunto de datos, que se tiene al menos un estudiante con un puntaje mínimo en la prueba de 3,3 para el grupo control y de 2,17 para el experimental; y un puntaje máximo de 4,89 y 4,0 para los mismos grupos respectivamente.

Estos resultados ponen de manifiesto el buen rendimiento que tuvieron los estudiantes que participaron en la intervención cuando se les compara con aquellos que no participaron en este proceso.

Figura 7.

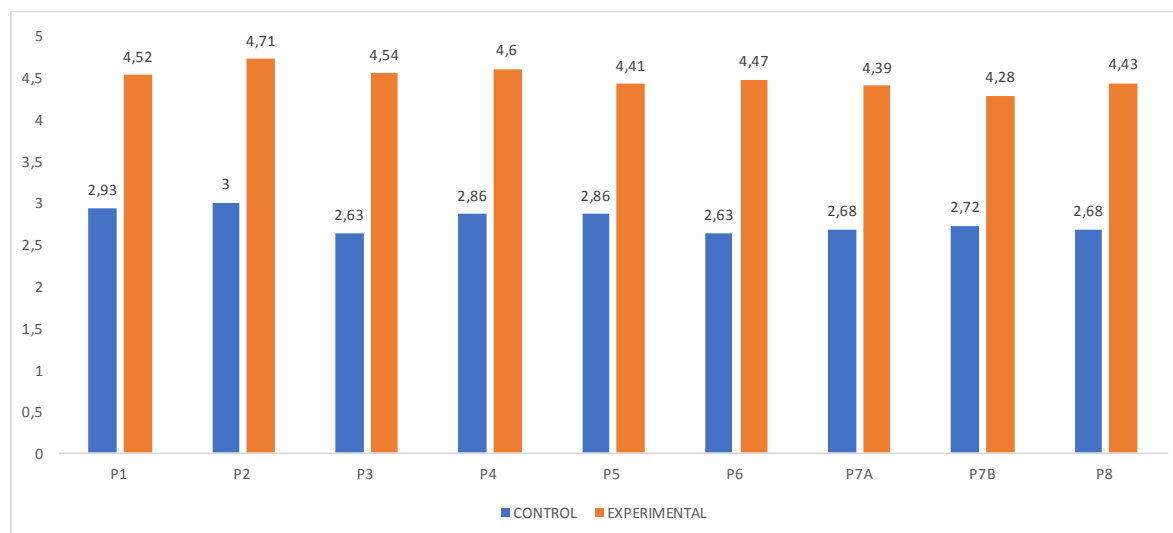


*Resultados Pre Test vs Pos Test. Fuente: Propia del autor*

Al realizar la comparación de los promedios de los porcentajes de logro en las habilidades del pensamiento crítico entre el pre test y pos test del grupo experimental se identifica el crecimiento que han tenido los estudiantes en relación a las habilidades evaluadas teniendo en cuenta que en los resultados obtenidos en el pre test no alcanza el mínimo aprobatorio ya que su media fue de 2,89, en caso contrario, el resultado de la media para en el pos test que fue de

4,48 evidenciando una mejora sustancial en el rendimiento de los estudiantes la cual fue de 55,02%.

Figura 8.



*Resultados por componente Pos Test. Fuente: Propia del autor*

Tabla 14.

*Resultados descriptivos del pos-test grupo Control*

<b>Estadístico evaluado</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>	<b>P4</b>
Media	2,93	3,00	2,63	2,86
Desviación	0,48	0,56	0,64	0,64
Coeficiente de variación	16,38%	18,66%	24,33%	22,37%
Intervalo de confianza del 95%	2,70 – 3,16	2,73 – 3,26	2,33 – 2,93	2,55 – 3,16

*Fuente: Propia del autor*

Tabla 15.

*Resultados descriptivos del pos-test grupo Control*

<b>Estadístico evaluado</b>	<b>P5</b>	<b>P6</b>	<b>P7A</b>	<b>P7B</b>
Media	2,86	2,63	2,68	2,72
Desviación	0,62	0,55	0,53	0,58

<i>Coeficiente de variación</i>	21,67%	20,91%	19,77%	21,32%
<i>Intervalo de confianza del 95%</i>	2,57 – 3,15	2,37 – 2,89	2,43 – 2,93	2,44 – 2,99

Fuente: Propia del autor

Tabla 16.

*Resultados descriptivos del pos-test grupo Control*

<b>Estadístico evaluado</b>	<b>P8</b>
Media	2,68
Desviación	0,56
Coeficiente de variación	20,89%
Intervalo de confianza del 95%	2,41 – 2,94

Fuente: Propia del autor

Tabla 17.

*Resultados descriptivos del pos-test grupo Experimental*

<b>Estadístico evaluado</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>	<b>P4</b>
Media	4,52	4,71	4,54	4,6
Desviación	0,41	0,39	0,39	0,39
Coeficiente de variación	9,07%	8,28%	8,59%	8,47%
Intervalo de confianza del 95%	4,34 – 4,7	4,54 – 4,88	4,37 – 4,71	4,43 – 4,78

Fuente: Propia del autor

Tabla 18.

*Resultados descriptivos del pos-test grupo Experimental*

<b>Estadístico evaluado</b>	<b>P5</b>	<b>P6</b>	<b>P7A</b>	<b>P7B</b>
Media	4,41	4,47	4,39	4,28



<i>Desviación</i>	0,51	0,48	0,36	0,42
<i>Coeficiente de variación</i>	11,56%	10,73%	8,2%	9,81%
<i>Intervalo de confianza del 95%</i>	4,19 – 4,63	4,26 – 4,68	4,23 – 4,55	4,10 – 4,46

*Fuente: Propia del autor*

Tabla 19.

*Resultados descriptivos del pos-test grupo Experimental*

<b><i>Estadístico evaluado</i></b>	<b><i>P8</i></b>
<i>Media</i>	4,43
<i>Desviación</i>	0,50
<i>Coeficiente de variación</i>	11,28%
<i>Intervalo de confianza del 95%</i>	4,21 – 4,65

*Fuente: Propia del autor*

Teniendo en cuenta cada uno de los resultados en las preguntas de Richard Paul para el grupo experimental, se resalta el buen rendimiento que tuvieron los estudiantes en el pos test realizado teniendo ya que cada una de ellas supera 80% de porcentaje de logro estos resultados se destacan aún más cuando se comparan con los obtenidos por el grupo control, en las correspondientes preguntas.

Se destaca de manera especial la segunda pregunta, en la que se evalúa la habilidad que tienen los estudiantes para identificar la pregunta clave a la cual hace referencia el autor en la situación planteada, la formula y presenta de manera clara y precisa, para ella el promedio fue el más alto con 4,71 y una desviación estándar de 0,39 con un intervalo de confianza del 95% 4,54 – 4,88 que supera ampliamente los resultados para la misma pregunta obtenidos por el

grupo control, ya que su resultado promedio fue de 3,0 con una desviación de 0,56 y un intervalo de confianza del 95% de 2,73 – 3,26.

Estos resultados ponen de manifiesto que la metodología de Polya para la resolución de problemas matemáticos aporta de forma significativa al desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico, las cuales para el contexto académico actual son de mucha importancia, debido a que los estudiantes de último grado de educación media vienen siendo evaluados en este aspecto, además esta es una de las principales competencias que deberán exhibir los educandos en el entorno social en el cual se desempeñan.

Todo esto queda de manifiesto en la prueba de parametrización aplicada al grupo control y al experimental.

#### Resultados Pos Test - Inferencial

Tabla 20.

#### *Resultados de Pruebas paramétricas grupo Control*

<i>Tipo de Prueba</i>	<i>Variable</i>	<i>Resultado p - valor</i>	<i>Conclusión</i>
<i>Normalidad</i>	<i>Resultado general en la prueba</i>	0,909	<i>No se rechaza Ho</i>
	<i>P1</i>	0,026	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P2</i>	0,024	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P3</i>	0,008	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P4</i>	0,049	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P5</i>	0,018	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P6</i>	0,020	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P7A</i>	0,015	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P7B</i>	0,028	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P8</i>	0,002	<i>Se rechaza Ho</i>

*Fuente: Propia del autor*

De acuerdo a los resultados de la prueba Shapiro – Wilk para probar normalidad en el conjunto de datos obtenidos del pos test para el grupo control, se obtiene con un nivel de significancia del 5% que del conjunto de resultados para cada pregunta no poseen una distribución normal ya que el p – valor de la prueba da como resultado menor a un 5%, a

diferencia del resultado general de la prueba que si se distribuye normalmente teniendo en cuenta que el  $p$  – valor para la respectiva prueba es mayor al 5%.

Tabla 21.

*Resultados de Pruebas paramétricas grupo Experimental*

<i>Tipo de Prueba</i>	<i>Variable</i>	<i>Resultado p - valor</i>	<i>Conclusión</i>
<i>Normalidad</i>	<i>Resultado general en la prueba</i>	0,909	<i>No se rechaza Ho</i>
	<i>P1</i>	0,026	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P2</i>	0,024	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P3</i>	0,008	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P4</i>	0,049	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P5</i>	0,018	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P6</i>	0,020	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P7A</i>	0,015	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P7B</i>	0,028	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P8</i>	0,002	<i>Se rechaza Ho</i>

*Fuente: Propia del autor*

De acuerdo a los resultados de la prueba Shapiro – Wilk para probar normalidad en el conjunto de datos obtenidos del pos test para el grupo control, se obtiene con un nivel de significancia del 5% que, del conjunto de resultados para cada pregunta y los resultados generales de la prueba, no poseen una distribución normal ya que el  $p$  – valor de la prueba da como resultado menor a un 5%, por lo cual se rechaza la hipótesis nula.

Tabla 22.

*Resultados de Pruebas paramétricas grupo Experimental*

<i>Tipo de Prueba</i>	<i>Variable</i>	<i>Resultado p - valor</i>	<i>Conclusión</i>
<i>Diferencia de mediana – U de Mann - Whitney</i>	<i>Resultado general en la prueba</i>	0,000	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P1</i>	0,000	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P2</i>	0,000	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P3</i>	0,000	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P4</i>	0,000	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P5</i>	0,000	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P6</i>	0,000	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P7A</i>	0,000	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P7B</i>	0,000	<i>Se rechaza Ho</i>
	<i>P8</i>	0,000	<i>Se rechaza Ho</i>

*Fuente: Propia del autor*

De acuerdo a los resultados de la prueba no paramétricas *U de Mann - Whitney* mostrada en la tabla 21 se rechaza la hipótesis nula planteada para cada uno de los resultados en las preguntas de la prueba y el resultado general de la prueba, con un nivel de significancia del 5% y se acepta la alternativa llegando a la conclusión de que la media de dichos resultados tienen una diferencia estadísticamente significativa cuando se les compara con los resultados de la misma prueba aplicada al grupo control.

## **Capítulo 5. Discusión, Conclusiones y recomendaciones.**

En este apartado se presentan las principales inferencias logradas a partir de los resultados obtenidos, también se pretende mostrar cómo estos hallazgos guardan relación con las investigaciones que anteceden a este constructo, así mismo que sea esta la oportunidad para formular algunas conclusiones derivadas de este proceso investigativo, además de señalar recomendaciones que el grupo investigativo considera relevantes para futuras investigaciones relacionadas con el objeto de estudio que aquí se trabajó.

### **5.1. Discusión.**

Al observar los resultados del pre-test y compararlos con los obtenidos en el pos-test, luego de la intervención pedagógica basada en la metodología resolución de problemas matemáticos, se evidencia el gran avance de los miembros del grupo experimental, frente a los resultados que obtuvieron los participantes del grupo control, en las distintas habilidades del pensamiento crítico, evaluadas mediante las ocho preguntas planteadas por R, Pauld y L, Elder (2003).

Es así como los participantes del grupo experimental elevaron su promedio general de 2,89 a 4,48, en una escala de 1 a 5, mostrando una mejora de 1,59 puntos; mientras que el grupo control tuvo un descenso en el promedio general pasando de 2,84 a 2,77, además la habilidad que más se vio potenciada en los estudiantes del grupo en el que se aplicó la metodología fue la de “las suposiciones principales bajo el pensamiento del autor”, la cual se encuentra vinculada a los estándares universales del pensamiento crítico que plantearon Pauld y Elder en el 2003.

En este mismo sentido se encontró que dentro de la metodología resolución de problemas matemáticos, bajo los parámetros de Polya, la fase en la cual hubo un mejor rendimiento entre los participantes del grupo experimental fue la etapa “ejecución del plan”, en donde se pasó de un promedio de 2,87 en el pre-test a un puntaje de 4,47 en el pos-test, esto implica que los

educandos además de plantear una buena ruta de solución esta era ejecutada con gran destreza por los jóvenes, lo cual los llevaba a la consolidación de respuestas adecuadas a la situación planteada.

Y es que de acuerdo a los hallazgos de esta investigación queda comprobado que la metodología resolución de problemas matemáticos propuesta por Polya y mediada por las ocho preguntas planteadas por Pauld y Elder, ayuda al fortalecimiento de las habilidades del pensamiento crítico.

A pesar que esta articulación de instrumentos no se había implementado en el área de la matemática, los resultados abalan la articulación de los mismos, y es que dentro de la comunidad científica no se encuentra investigación alguna en la que se evidencie la conjugación de estos elementos.

Los resultados hallados en este constructo guardan una estrecha relación con lo que sostienen Olivares & Heredia (2012), Villalobos, Ávila & Olivares (2016), Darnaculleta, Iranzo & Planas (2009), Lara, Ávila & Olivares (2017), Iriarte (2011), estos autores sostienen que en los ambientes académicos basados en la metodología resolución de problemas es más fácil que el educando alcance altos niveles de pensamiento crítico.

Así mismo encontramos la investigación desarrollada por Ávila & Olivares (2016) en su constructo titulado Aprendizaje basado en problemas en química y el pensamiento crítico en secundaria, utilizaron como instrumento para medir el pensamiento crítico el cuestionario de competencias genéricas individuales de Olivares y Wong (2013), el cual fue orientado a medir las actitudes y la autopercepción de los estudiantes.

Otra investigación es la ejecutada por Molina, Morales y Valenzuela (2016), en la cual se quería determinar las características del estudiantado de secundaria considerado con dominio de la competencia transversal desarrollo del pensamiento crítico. En este estudio los niveles

del pensamiento crítico fueron medidos mediante la aplicación de un test con escala Likert que midió tres dimensiones del pensamiento crítico: resolución de problemas, emisión de juicios y disposición hacia el pensamiento crítico.

Dentro de esta pesquisa bibliográfica se encontró el trabajo llevado a cabo por Colon, Miranda y Ruiz (2013), “El efecto del diálogo socrático en el pensamiento crítico en un grupo de estudiantes, utilizando como mediación el foro y el chat en una red social” para la obtención de su título como magister en Educación. En este constructo los investigadores utilizaron las ocho preguntas de Pauld y Elder, para medir el avance de las habilidades del pensamiento crítico en los participantes de dicha investigación, cabe señalar que este constructo se realizó con estudiantes de grado 11° y en el área de lenguaje.

Por otro lado Villalobos, Olivares & Heredia (2012), quienes para el desarrollo del pensamiento crítico en ambientes de aprendizaje basado en problemas, utilizaron como instrumento el Test California de Destrezas de Pensamiento Crítico (cctst-2000) de Facione (2000), en donde se muestra mejores niveles de pensamiento crítico en los estudiantes que fueron formados en ambientes educativos bajo la metodología ABP.

Por su parte Iriarte (2011), en su constructo “desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo”, en el cual se pretende desarrollar habilidades en los educandos tales como: comprender la importancia de resolver problemas en la vida cotidiana; además planeación, control, evaluación y la autorregulación; las cuales a pesar que el autor no las vincula directamente con el desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico, estas se encuentran estrechamente relacionadas con ellas, tal como lo menciona Vellarini (2013).

Así mismo se encontró la investigación realizada por Darnaculleta, Iranzo & Planas (2009), para el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico en el aula de matemáticas, mediante

el diseño, implementación y análisis de actividades matemáticas en contextos reales; para este estudio se utilizó la valoración de alternativas en la interpretación de textos, con el ánimo de conocer los niveles del pensamiento crítico de los educandos especialmente en las habilidades de: diferenciación de información relevante e irrelevante, planteamiento de hipótesis de trabajo y conjeturas, desarrollo de estrategias de aproximación y resolución, la argumentación de la estrategia, la valoración de alternativas en la interpretación de textos.

Por lo anteriormente expuesto queda claro que la metodología de resolución de problemas matemáticos, mediada por las ocho preguntas planteadas por Pauld y Elder, se convierte en una alternativa valiosa para el desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico, desde el área de las matemáticas, lo cual no se había planteado anteriormente.

## **5.2. Conclusión.**

A partir de los resultados obtenidos por los participantes del grupo experimental en el pos-test, en el que se presenta un avance en el promedio general de 1,59 puntos en la prueba que media las habilidades del pensamiento crítico de acuerdo a lo señalado por Pauld y Elder aceptamos la hipótesis general, la cual establece que existe una relación entre el desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico, de los estudiantes de grado 11° de la Institución Educativa departamental Silvia Cotes de Biswell y la aplicación de la metodología resolución de problemas matemáticos propuesta por Polya.

Además y teniendo en cuenta los hallazgos obtenidos en el pos-test se evidencia que la metodología resolución de problemas matemáticas propuesta por Polya, tributó de manera significativa al desarrollo de cada una de las habilidades del pensamiento crítico, ya que cada vez que se compararon los promedios de los estudiantes del grupo experimental donde se aplicó la estrategia, con los del grupo control donde no se aplicó la estrategia, se presentaron mejores resultados en el grupo intervenido



Cabe señalar en este momento y de acuerdo a los resultados hallados en el presente constructo, que es posible tener mejores niveles de pensamiento crítico en los estudiantes, desde el área de las matemáticas cuando se trabaja con situaciones problemas que involucran el contexto cercano de los educandos y estas son analizadas adecuadamente colocando de manifiesto la intencionalidad pedagógica y cognitiva de cada una de ellas.

De acuerdo a lo señalado en el anterior y este capítulo se puede afirmar que los estudiantes de último año de educación media de la I.E.D. Silvia Cotes de Biswell, tienen la capacidad de enfrentar situaciones problemas, no solo en el contexto cercano sino también en escenarios diferentes, debido a que cuentan con las habilidades suficientes para realizar el análisis adecuado a cada una de las problemáticas presentadas, ya sea en el ámbito académico, social, cultural, económico, laboral o político, desde la metodología resolución de problemas en sus cuatro fases, es decir comprensión de la situación, planificación de la ruta de solución, ejecución de la ruta de solución y la verificación de los resultados; a través de la utilización de las ocho preguntas de Paul y Eder (2003).

### **5.3. Recomendaciones.**

Atendiendo al llamado que nos plantean los actuales enfoques educativos en cuanto al desarrollo del proceso enseñanza, aprendizaje – evaluación; y las exigencias de la sociedad frente al tipo de individuo que necesita para su crecimiento y transformación, se presentan las siguientes recomendaciones por parte de este grupo investigativo para una próxima investigación.

- Implementar este tipo de metodología de manera consistente durante más tiempo y en diferentes grados para ver resultados, la idea es de no apegarnos a los contenidos ligados

al currículo, sino a problemas de la vida diaria y en distintos contextos, para de este modo lograr desarrollar las habilidades del pensamiento crítico.

- Diseñar nuevas situaciones problemas, teniendo en cuenta los referentes curriculares y de calidad del Ministerio de Educación Nacional, así como los intereses de los educandos y las necesidades de su contexto.
- Desarrollar las habilidades del pensamiento crítico, a través de la metodología resolución de problemas matemáticos, en los grados de básica primaria y básica secundaria para observar si los resultados son positivos en estos grados.
- Implementar un programa de formación docente, a través del cual el docente de matemática tenga la oportunidad de conocer de qué manera es posible desarrollar las habilidades del pensamiento crítico de sus estudiantes, mediada por la metodología resolución de problemas.

## 6. Referencias

- Aguilar, M., & Navarro, J. López & otros (2002). Aplicación de una estrategia de Resolución de Problemas matemáticos en niños. Departamento de Psicología. Revista de Psicología general y aplicación.
- Álvarez, G. (2014). Las habilidades del pensamiento crítico durante la escritura digital en un ambiente de aprendizaje apoyado por herramientas de la web 2.0/The critical thinking skills for digital writing in a learning environment supported by Web 2.0 tools. *Encuentros*, 12(1), 27.
- Betancourth, S., Muñoz, K., & Rosa, T. (2016). Evaluación del pensamiento crítico en estudiantes de educación superior de la región de Atacama-Chile. *Revista de Trabajo Social e intervención social* No. 23, enero-junio 2017: pp. 199-223.
- Carretero, M., & Asensio, M. (2014). *Psicología del pensamiento*. Alianza Editorial.
- Darnaculleta, A. Iranzo, N. & Planas. N. (2009). *El pensamiento crítico en actividades reales*. XIV JAEM, Girona España.
- Feldman, D. (2016). Teorías de la Enseñanza. Recuperado de: [http://repositorio.filo.uba.ar/bitstream/handle/filodigital/3824/uba\\_ffyl\\_p\\_2016\\_Edu\\_Did%C3%A1ctica%20I.%20Teor%C3%ADas%20de%20la%20Ense%C3%B1anza.pdf?sequence=1](http://repositorio.filo.uba.ar/bitstream/handle/filodigital/3824/uba_ffyl_p_2016_Edu_Did%C3%A1ctica%20I.%20Teor%C3%ADas%20de%20la%20Ense%C3%B1anza.pdf?sequence=1)
- Fiscal, G. (2012). Lógica, pensamiento crítico, argumentación y ética en la formación de ingenieros. *Innovación Educativa*, vol. 12, núm. 60, septiembre-diciembre, 137-146
- González, J. (2014). Enseñanza de la matemática. *Vida Científica Boletín de la Escuela Preparatoria*. 2(4). 38-49.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista. (2014) *Metodología de la investigación*. Ed, Rivera.
- ICFES, (2014) Cuadernillo de preguntas prueba SABER 2014. Recuperado de: [http://orientacion.universia.net.co/imgs2011/imagenes/cuadernillo-2016\\_11\\_03\\_145738.pdf](http://orientacion.universia.net.co/imgs2011/imagenes/cuadernillo-2016_11_03_145738.pdf)
- ICFES, (2017). Lineamientos generales para la presentación del examen de Estado Saber 11°. Recuperado de: <https://www.lineamientos+generales+para+la+presentaci%C3%B3n+del+examen+de+Estado+Saber+11%C2%BA.&aqs=chrome.69i57.423j0j4&sourceid=chrome&ie=UTF-8>
- Iriarte, A. (2011) Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque Meta cognitivo. *Zona próxima*. 15 (1). 2-21.
- Jaramillo, A. (2014). Enseñanza de las matemáticas. *Revista de Matemática MATUA*, 1(2). 78-83.

- Lara V, Ávila J, & Olivares S. (2017) Desarrollo del pensamiento crítico mediante la aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas. *Revista Psicología Escolar e Educacional*. 21(1).65-77.
- Martín, L., Catalina, J., & Román, J. (2013). Estrategias cognitivas de elaboración y naturaleza de los contenidos en estudiantes universitarios. *Psicología Educativa*, 19(1), 13-20.
- Morales, L. (2014). El pensamiento crítico en la teoría educativa contemporánea. *Revista Electrónica" Actualidades Investigativas en Educación"*, 14(2).52-65.
- Moreno, M., Rubí, G., & Pou, S. (2015). Panorama y actualidad de la enseñanza basada en la resolución de problemas en matemáticas. *Artículo en la Revista Quaderns Digitals*, (63). 45-62.
- Muñoz, J. (2014). La resolución de problemas matemáticos y su impacto en pensamiento crítico del ciudadano. *Revista de cooperación*. (3).79-89.
- Martínez V. (2013) Manual multimedia para el desarrollo de trabajos de investigación. Una visión desde la epistemología dialéctico crítica.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia (1998) Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Recuperado de: [https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2006), Estándares Básicos De Competencias En Matemáticas. Recuperado de: [https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2011). Encuesta Nacional de Deserción Escolar (ENDE). Recuperado de: [http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-293664\\_archivo\\_pdf\\_resultados\\_ETC.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-293664_archivo_pdf_resultados_ETC.pdf)
- Ministerio De Educación Nacional de Colombia (2014), Evaluación de competencias para el ascenso o reubicación de nivel salarial en el Escalafón de Profesionalización Docente de los docentes y directivos docentes regidos por el Decreto Ley 1278 de 2002. Recuperado de: [http://www.mineduacion.gov.co/proyectos/1737/articles-310888\\_archivo\\_pdf\\_fisica.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/proyectos/1737/articles-310888_archivo_pdf_fisica.pdf)
- Ministerio De Educación Nacional de Colombia (2016), Resumen Ejecutivo Colombia en PISA 2015. Recuperado de: <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>
- Ministerio De Educación Nacional de Colombia (2016-2017). Reporte de la Excelencia (ISCE). Recuperado de: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siemprediae/86402>
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2011) Encuesta Nacional de Deserción Escolar. Recuperado de: [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-293672\\_archivo\\_pdf\\_presentacion.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-293672_archivo_pdf_presentacion.pdf)

- Molina C, Morales G,& Valenzuela J, (2016), Competencia transversal pensamiento crítico: Su caracterización en estudiantes de una secundaria de México. *Revista Electrónica Educare*. 20(1). 237-262
- Montealegre R (2014), La solución de problemas cognitivos. Una reflexión cognitiva sociocultural. *Revista Avances en Psicología Latinoamericana*. 25(2).89-97.
- Montealegre R (2016), La solución de problemas cognitivos en estudiantes de psicología. *Revista Acta Colombiana de Psicología*. 14(1).45-67.
- Montoya J,& Monsalve J (2013), Estrategias didácticas para fomentar el pensamiento crítico en el aula. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. 25(1).54-68.
- Morales L, (2014) El pensamiento crítico en la teoría educativa contemporánea. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*.4(2).32-56.
- Navío, A. (2005). Propuestas conceptuales en torno a la competencia profesional. *Revista de Educación*,337, 213-234.OCDE (2003). Definition and Selection of Competencies (DeSeCo). Paris: OCDE.
- Olivares, S. & Heredia, Y. (2012). Desarrollo del pensamiento crítico en ambientes de aprendizaje basado en Problemas en estudiantes de educación superior. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. 17(1).786-856.
- Pachón, Y. (2013), *El pensamiento crítico en la enseñanza de las matemáticas*. Ed. CIBEM.
- Paul R. &Elder, L. (2005) La mini-guía para el pensamiento crítico conceptos y herramientas. Fundación para el pensamiento crítico Recuperado de: <https://www.criticalthinking.org/resources/PDF/SP-ConceptsandTools.pdf>
- PISA (2016), Estudiantes de bajo rendimiento, por qué se quedan atrás y cómo ayudarles a tener éxito. OCDE. Recuperado de: <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-Estudiantes-de-bajo-rendimiento.pdf>
- Polya, G. (1945). How to solveit. Princeton. NJ: Princeton University Press.
- Rivas P (2015), La Educación Matemática como factor de deserción escolar y exclusión social. *Revista Educere*.9 (2). 162-245.
- Romero S, Rodríguez I, Romero J. & Salas I (2015), La resolución de problemas como instrumentos para la modelización matemática: “Ejemplos para la vida real”. Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada Universidad Politécnica de Valencia.
- Schoenfeld, A. (1985). Episodes and executive decisions in mathematical problem solving. En: Lesh, R. &Landau, M. (Eds.). Acquisition of mathematics concepts and processes. (pp. 345-395). New York: Academic Press.
- Solbes, J. (2013). Contribución de las cuestiones sociocientíficas al desarrollo del pensamiento crítico (I): Introducción. *Revista eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias*, 10(1).
- Trigueros, M. (2015), El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Innovación Educativa*.

- Vellarini, A. (2013) Teoría y pedagogía del pensamiento crítico. Perspectivas psicológicas, volúmenes (3 – 4).
- Villalobos V, Ávila J. & Olivares S. (2016) Aprendizaje basado en problemas en química y el pensamiento Crítico en secundaria. Revista Mexicana de Investigación Educativa

## 7. Anexos.

Anexo 1. Carta solicitud de implementación de la estrategia en la I.E.D. Silvia Cotes de Biswell.



Barranquilla, marzo 25 de 2017

Apreciado Rector:  
EDUARDO MARTÍNEZ RICO.  
I.E.D. Silvia Cotes de Biswell.

Cordial saludo.

En el marco del convenio de cooperación N° 054, cuyo objeto es "CONVENIO ESPECIAL DE COOPERACIÓN PARA LA FORMACIÓN EN OCHENTA (80) BECAS DE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN PARA DOCENTES Y DIRECTIVOS DOCENTES DE INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL DEPARTAMENTO DEL MAGDALENA PARA EL FORTALECIMIENTO EN SUS CAPACIDADES DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA, TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN, MAGDALENA, CARIBE" surge la idea adelantar una investigación titulada "La resolución de problemas matemáticos como estrategia metodológica para el desarrollo del pensamiento crítico"; por esta razón se hace necesario realizar una validación exhaustiva del instrumento que será aplicado a los estudiantes de 11° de educación media que participarán en esta investigación. Es así, como el equipo investigador, solicita apoyo para realizar la aplicación de la prueba a los estudiantes de 11° de educación media de su institución, sólo con dichos fines investigativos.

Esperando contar con su apoyo para este importante proceso académico,

  
BALDOMIRO ROJAS ZAMBRANO.  
MAESTRANTE.

  
MILAGRO TAMARA MOVILLA.  
MAESTRANTE.

  
CARLOS ALEJANDRO CARREÑO COLINA  
DIRECTOR DE TESIS  
FACULTAD DE HUMANIDADES

## Anexo 2. Pre test.



LA GRÁFICA 3/2/2017 12:00:00 AM

### ¿Cuándo llegará el salario mínimo al millón de pesos?



De cumplirse lo previsto, Colombia tendrá un salario mínimo de un millón de pesos en 2024

*¿Cuándo llegará el salario mínimo al millón de pesos? Una firma comisionista hizo la proyección. Hay varias sorpresas.*

**Aunque hoy \$1 millón no es una cifra sinónimo de riqueza, sí es una suma significativa para todos aquellos colombianos que devengan un salario mínimo o menos.** En 2017 dicha remuneración está en \$737.000 y lograr un aumento de casi \$260.000 adicionales sería una bendición para el mayor grupo de asalariados del país, así como para aquellos que trabajan de manera informal y solo les queda el rebusque para subir sus ingresos.

Para determinar en qué momento los trabajadores de salario mínimo podrán alcanzar la meta de \$1 millón, la **comisionista de bolsa Global Securities se dio a la tarea de hacer dicho cálculo y concluyó que, si se mantiene el patrón de aumento salarial de los últimos años, es factible que se llegue a esa suma en 2024.**

La noticia podría ser positiva, si con eso se lograra que los colombianos tuvieran poder adquisitivo para comprar la canasta básica de subsistencia; pero **en realidad el asunto se vuelve casi una tragedia si se tiene en cuenta que hoy el ingreso mínimo para cumplir tal objetivo es de \$1,2 millones.**





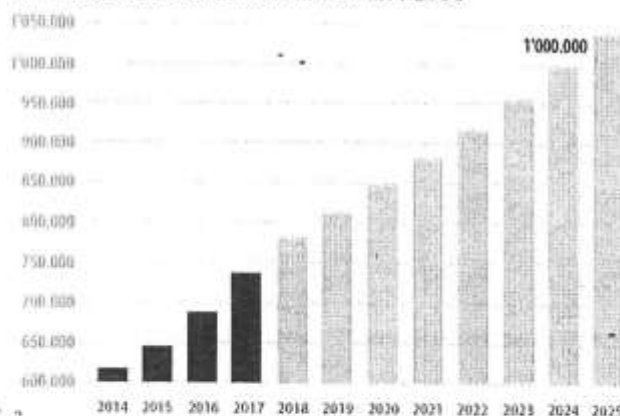
El análisis de Global Securities toma como base el aumento del salario mínimo registrado en los últimos 16 años, así como un escenario de 4% promedio de inflación. De esta manera, muestra que en 2020 el salario mínimo sería de \$857.191, mientras en 2024 alcanzaría \$1'048.242.

La firma también consideró un escenario en el que la inflación suba a un ritmo de 3%, con el cual el ingreso superior a \$1 millón se registraría apenas un año después, en 2025. **En este porcentaje, el mínimo alcanzaría \$849.039 en 2020, \$999.340 en 2024 y \$1'040.901, con lo cual, concluye el informe, en esos años los colombianos tendrán ingresos "millonarios".**

Estos cálculos se realizan teniendo en cuenta que el incremento del salario mínimo se proyecta con la inflación observada y no la esperada, —como se recomienda de manera técnica—, además de la ganancia por productividad que debe ser compensada al trabajador, un indicador que genera debate, pues la medición solo se hace a través de cálculos indirectos.

El ejercicio realizado por la comisionista plantea que el promedio de productividad de los últimos 16 años se sitúa en 1,16%. Este porcentaje se deriva del ajuste al mínimo, menos la inflación observada y es calculado en Planeación Nacional.

PROYECCIÓN DEL SALARIO MÍNIMO EN PESOS



"Para llegar a la trágica conclusión de los ingresos 'millonarios', lo único que se debe hacer es analizar la manera en que ha venido funcionando la mesa de concertación. O mejor, no funcionando y dejando todo para ser ajustado vía decreto", dice Daniel Escobar, director de estrategia de mercados de la compañía.



UNIVERSIDAD  
DE LA COSTA

Específicamente, en lo que tiene que ver con el tema de la productividad, se determina que este es un problema estructural, porque no se puede afirmar que las empresas colombianas estén registrando márgenes de rendimiento injustamente superiores a los de sus pares internacionales porque les pagan menos a sus trabajadores. De hecho, en muchos casos el margen de rentabilidad de las empresas colombianas es inferior.

**Para el analista, la única forma de solucionar este tema es aumentar la productividad de los trabajadores con educación, suministro de herramientas por parte de las empresas para facilitar la realización del trabajo y capacitación.**

"Este es un tema que no se soluciona con aumentar el salario mínimo, porque esto lo que generará es que muy pocas compañías puedan mantener esos niveles, lo que llevará a que solo puedan competir aquellas que son muy productivas y que las que no lo son se vean abocadas a despedir personal", dice.

El análisis de Global se aventura a señalar que se puede esperar el momento en que la prensa internacional llene sus titulares con este singular fenómeno colombiano. O evitar el escarnio público si finalmente avanza la propuesta de eliminar tres ceros a la moneda para aterrizar a la realidad no millonaria del país.

Tomado de: <http://www.dinero.com/edicion-impresa/la-grafica/articulo/cuando-llegara-el-salario-minimo-al-millon-de-pesos/242485>.



UNIVERSIDAD  
DE LA COSTA

Evaluación de carácter diagnóstico para determinar el nivel de pensamiento crítico en los estudiantes de grado 11°.

NOMBRE: Anderson Mario Banzel

FECHA: 15/03/2017

INSTITUCIÓN: Silvia Corts de Biswell

GRADO: 11A

### GUÍA DE LAS OCHO PREGUNTAS PARA ANALIZAR ARTÍCULOS

- 1) El propósito principal de este artículo es...  
(Aquí tratas de declarar, tan certeramente posible, la intención del autor al escribir el artículo. ¿Qué es lo que quería lograr el autor?)

El Autor piensa que el salario mínimo aumentará un poquito mas adicional dolo que esto

- 2) La pregunta clave a la que el autor se está dirigiendo, es...  
(Tu propósito es resolver la pregunta clave que estaba en la mente del autor cuando él/ella escribió el artículo. ¿Cuál era la pregunta clave a la que se hacía referencia en este artículo?)

cuando llega a el salario minimo



UNIVERSIDAD  
DE LA COSTA

3) La información más importante en este artículo es...

(Querrás identificar la información clave que el autor utilizó o presupuso en el artículo para apoyar sus argumentos principales. Aquí estás buscando hechos, experiencias, y/o los datos que usa el autor para apoyar sus conclusiones.)

el autor que escribió este artículo  
se preguntaba que si en el 2024  
el salario mínimo llegaba a mil por

4) Las principales inferencias en este artículo, son...

(Querrás identificar las conclusiones más importantes a las que llega el autor y presenta en el artículo.)

se se mantendrá el patrón de  
aumento salariales de los últimos  
años es factible que llegue a esa  
suma en 2024.

5) Los conceptos clave que necesitamos comprender en este artículo son...

Con estos conceptos el autor quiere decir...

(Para identificar esas ideas, pregúntate: ¿Cuáles son las ideas más importantes que deberías saber para comprender la línea de razonamiento del autor? Después, amplía brevemente lo que quiere decir el autor con esas ideas.)

el punto clave que si esa  
idea se logra a muchas familias  
le saldrá este proceso. Por lo que  
proyectos de vida



- 6) Las suposiciones principales bajo el pensamiento del autor son...  
 (Pregúntate: ¿Qué es lo que el autor da por hecho [que puede ser cuestionado]? Las suposiciones son generalizaciones que el autor no piensa que debe defender en el contexto de la escritura del artículo, y usualmente no son enunciadas. Aquí es donde el pensamiento del autor lógicamente inicia.)

El pensamiento del autor es  
 Aunque un millón no es una cifra  
 Simboliza la riqueza simbólica en un  
 Significativa para todos aquellos  
 Colombianos que dejen un solo  
 mínimo o menos

- 7) a) Si tomamos esta línea de razonamiento con seriedad, las implicaciones son...  
 (¿Qué consecuencias seguramente siguen si la gente toma la línea de razonamiento del autor seriamente? Aquí estás, buscando las implicaciones lógicas de la posición del autor. Debes incluir las implicaciones que enuncia el autor y también aquellas que no enuncia).

El autor enuncia que si el salario  
 mínimo llega a un millón es algo que  
 le sirve a los Colombianos en su  
 Condição familiar.  
 Pero el autor no dice que con el salario  
 mínimo se ganará muchos Colombianos  
 con el peligro de ser asesinados.

- b) Si no tomamos en serio esta línea de razonamiento, las implicaciones son...  
 (¿Qué consecuencias muy probablemente existirán si la gente ignora el razonamiento del autor?)



Si la gente ignora esta consecuencia es mas probable en el 2024 no aumentaran el salario el millon

8) Los principales puntos de vista presentados en este artículo son...  
(La pregunta principal que estás tratando de contestar aquí, es: ¿Qué está viendo el autor? y ¿Cómo lo está viendo?)

el auto estaba unido que  
estas personas estan de acuerdo  
con estos ideas que el  
plagante.

**[Anexo 3.RUBRICA PARA VALORAR LAS RESPUESTAS A LA GUÍA DE LAS OCHO (8) PREGUNTAS (R. Paul)**

	<b>Excelente</b>	<b>Bueno</b>	<b>Regular</b>	<b>Deficiente</b>
	<b>4,4 - 5,0</b>	<b>3,8 - 4,3</b>	<b>3,0 - 3,7</b>	<b>(2,9 ó menos)</b>
<b>1) El propósito principal de este artículo</b>	El argumento expuesto plantea de manera clara, precisa y coherente la intención del autor al escribir el artículo. Responde de manera certera a la pregunta ¿Qué es lo que quería lograr el autor? Se cumple lo esperado en un 100%	El argumento expuesto plantea de manera clara la intención del autor al escribir el artículo. Responde de manera apropiada a la pregunta ¿Qué es lo que quería lograr el autor? Se cumple lo esperado en un 80%	El argumento expuesto plantea con cierta claridad la intención del autor al escribir el artículo. Responde de manera bastante apropiada a la pregunta ¿Qué es lo que quería lograr el autor? Se cumple lo esperado en un 50%	El argumento expuesto plantea de manera POCO clara la intención del autor al escribir el artículo. NO se responde de manera apropiada a la pregunta ¿Qué es lo que quería lograr el autor? Se cumple lo esperado en un 20%
<b>2) La pregunta clave a la que el autor se está dirigiendo</b>	Se presenta la pregunta clave, formulada de manera clara y precisa. Se cumple lo esperado en un 100%	Se presenta la pregunta clave, formulada de manera clara. Se cumple lo esperado en un 80%	Se presenta la pregunta clave, aun cuando existen otras preguntas adicionales que contienen aspectos que se repiten. Se cumple lo esperado en un 50%	NO es posible identificar la pregunta clave o existen varias preguntas que no permiten apreciar claridad en lo expresado. Se cumple lo esperado en un 20%
<b>3) La información más importante en este artículo</b>	Identifica la información clave que el autor utilizó o presupuso en el artículo para apoyar sus argumentos principales. Selecciona con claridad y precisión los hechos, experiencias, y/o los datos que usa el autor para apoyar sus conclusiones. Se cumple lo esperado en un 100%	Identifica la mayor parte de la información que el autor utilizó o presupuso en el artículo para apoyar sus argumentos principales. Selecciona con claridad los hechos, experiencias, y/o los datos que usa el autor para apoyar sus conclusiones. Se cumple lo esperado en un 80%	Identifica parte de la información que el autor utilizó o presupuso en el artículo para apoyar sus argumentos principales. Selecciona con cierta claridad los hechos, experiencias, y/o los datos que usa el autor para apoyar sus conclusiones. Se cumple lo esperado en un 50%	Identifica poca información de la que el autor utilizó o presupuso en el artículo para apoyar sus argumentos principales. Selecciona con dificultad los hechos, experiencias, y/o los datos que usa el autor para apoyar sus conclusiones. Se cumple lo esperado en un 20%
<b>4) Las principales inferencias en este artículo</b>	Identifica con claridad, precisión y coherencia las conclusiones más importantes a las que llega el autor. Se cumple lo esperado en un 100%	Identifica con claridad las conclusiones más importantes a las que llega el autor. Se cumple lo esperado en un 80%	Identifica con cierta claridad las conclusiones más importantes a las que llega el autor. Se cumple lo esperado en un 50%	Identifica con dificultad las conclusiones más importantes a las que llega el autor. Se cumple lo esperado en un 20%

<b>5) Los conceptos clave que necesitamos comprender</b>	Identifica con claridad, precisión y coherencia las ideas y los conceptos clave que apoyan la línea de razonamiento del autor. Se cumple lo esperado en un 100%	Identifica con claridad la mayoría de las ideas y conceptos clave que apoyan la línea de razonamiento del autor. Se cumple lo esperado en un 80%	Identifica con cierta claridad algunas de las de las ideas y conceptos clave que apoyan la línea de razonamiento del autor. Se cumple lo esperado en un 50%	Identifica con dificultad las ideas y conceptos clave que apoyan la línea de razonamiento del autor. Se cumple lo esperado en un 20%
<b>6) Las suposiciones principales bajo el pensamiento del autor</b>	Identifica con claridad, precisión y coherencia las principales suposiciones o aspectos que el autor da por hecho en los artículos y que podrían ser cuestionados. Se cumple lo esperado en un 100%	Identifica con claridad la mayoría de las suposiciones o aspectos que el autor da por hecho en los artículos y que podrían ser cuestionados. Se cumple lo esperado en un 80%	Identifica con cierta claridad algunas de las suposiciones o aspectos que el autor da por hecho en los artículos y que podrían ser cuestionados. Se cumple lo esperado en un 50%	Identifica con dificultad suposiciones o aspectos que el autor da por hecho en los artículos y que podrían ser cuestionados. Se cumple lo esperado en un 20%
<b>7a) Si tomamos esta línea de razonamiento con seriedad, las implicaciones son:</b>	El argumento expuesto plantea de manera clara, precisa y coherente las implicaciones o consecuencias que se presentarían si se toma con seriedad el razonamiento del autor. Se cumple lo esperado en un 100%	El argumento expuesto plantea de manera clara las implicaciones o consecuencias que se presentarían si se toma con seriedad el razonamiento del autor Se cumple lo esperado en un 80%	El argumento expuesto plantea con cierta claridad las implicaciones o consecuencias que se presentarían si se toma con seriedad el razonamiento del autor Se cumple lo esperado en un 50%	El argumento expuesto plantea de manera POCO clara las implicaciones o consecuencias que se presentarían si se toma con seriedad el razonamiento del autor Se cumple lo esperado en un 20%
<b>7b) Si no tomamos en serio esta línea de razonamiento, las implicaciones son</b>	El argumento expuesto plantea de manera clara, precisa y coherente las implicaciones o consecuencias que se presentarían sin NO se toma con seriedad el razonamiento del autor. Se cumple lo esperado en un 100%	El argumento expuesto plantea de manera clara las implicaciones o consecuencias que se presentarían si NO se toma con seriedad el razonamiento del autor Se cumple lo esperado en un 80%	El argumento expuesto plantea con cierta claridad las implicaciones o consecuencias que se presentarían si NO se toma con seriedad el razonamiento del autor Se cumple lo esperado en un 50%	El argumento expuesto plantea de manera POCO clara las implicaciones o consecuencias que se presentarían si NO se toma con seriedad el razonamiento del autor Se cumple lo esperado en un 20%
<b>8) Los principales puntos de vista presentados en este artículo</b>	Identifica con claridad, precisión y coherencia los principales puntos de vista presentados por el autor en los artículos. Se cumple lo esperado en un 100%	Identifica con claridad la mayoría de los puntos de vista centrales presentados por el autor en los artículos. Se cumple lo esperado en un 80%	Identifica con cierta claridad los principales puntos de vista presentados por el autor en los artículos. Se cumple lo esperado en un 50%	Identifica con dificultad los principales puntos de vista presentados por el autor en los artículos. Se cumple lo esperado en un 20%

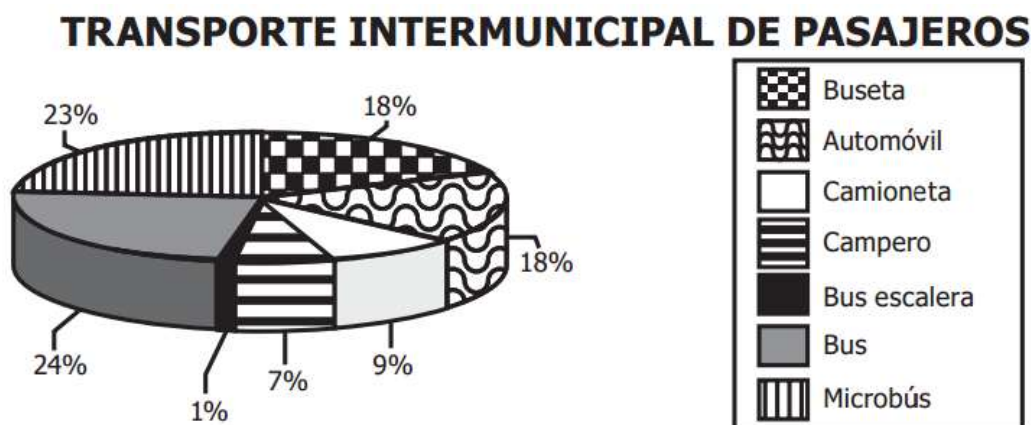


Anexo 4.Imágenes aplicación del pre test.



## Anexo 5. PREGUNTAS LIBERADAS ICFES 2014

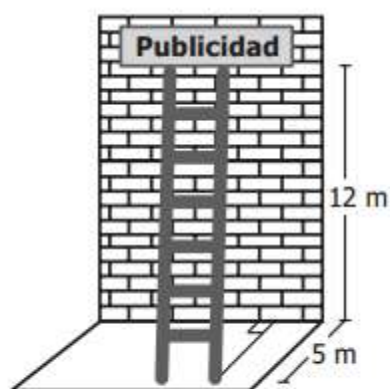
1. A continuación se muestran los resultados de una encuesta que indagó sobre el parque automotor del transporte intermunicipal en Colombia.



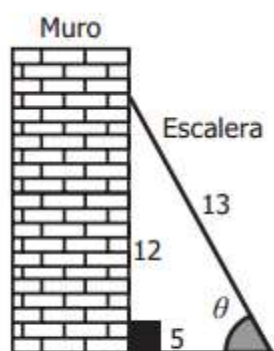
Tomado de: Superintendencia de Puertos y Transporte (2009).

- Según la información anterior, es correcto afirmar que
- A. la mayor parte del parque automotor son automóviles, camionetas y camperos.
  - B. la mitad del parque automotor corresponde a automóviles, camionetas y camperos.
  - C. la mayor parte del parque automotor son buses, microbuses y busetas.
  - D. la mitad del parque automotor corresponde a buses, microbuses y busetas.

2. Para fijar un aviso publicitario se coloca sobre un muro una escalera a 12 metros del suelo (ver figura 1). Las figuras, además, muestran la situación y algunas de las medidas involucradas.



**Figura 1**



**Figura 2**

¿Cuál es el coseno del ángulo  $\theta$  que forman el suelo y la escalera?

- A.  $\frac{13}{5}$
- C.  $\frac{12}{13}$

D.  $\frac{12}{5}$

B.  $\frac{12}{5}$

3. En una institución educativa hay dos cursos en grado undécimo. El número de hombres y mujeres de cada curso se relaciona en la tabla:

	Curso 11A	Curso 11B	Total
Número de mujeres	22	23	45
Número de hombres	18	12	30
Total	40	35	75

**Tabla**

La probabilidad de escoger un estudiante de grado undécimo, de esta institución, que sea mujer es de. Este valor corresponde a la razón entre el número total de mujeres y

- A. el número total de estudiantes de grado undécimo.  
 B. el número total de hombres de grado undécimo.  
 C. el número total de mujeres del curso 11 B.  
 D. el número total de hombres del curso 11 A.

**Responda las preguntas 4 y 5 de acuerdo a la siguiente información.**

Para adquirir un crédito por \$6.000.000, Ángela solicita en una entidad financiera información sobre las modalidades de pago para crédito. Un asesor le da la siguiente información.

Modalidad I	Número de cuotas por pagar	6	
	Valor cuota	Abono al crédito: (valor crédito ÷ 6)	Abono al crédito + interés
		Interés: 5% del saldo del crédito(*)	
Modalidad II	Número de cuotas por pagar	12	
	Valor cuota	(Valor crédito + 20% del valor del crédito) ÷ 12	
Modalidad III	Número de cuotas por pagar	15	
	Valor cuota	Abono al crédito: (valor crédito ÷ 15)	Abono al crédito + interés
		Interés: 1,5% del saldo del crédito(*)	

\*En cualquier modalidad, el saldo del crédito cada mes será igual a la diferencia entre el saldo del crédito del mes anterior y el abono al crédito realizado en el mes.

4. Después de analizar la información, Ángela afirma: “Con la modalidad I, el valor de la cuota disminuirá \$50.000 en cada mes”. La afirmación es correcta porque

- A. el interés total del crédito será \$300.000 y cada mes disminuirá \$50.000.  
 B. cada mes se abonará al crédito \$1.000.000 y el interés disminuirá en \$50.000.



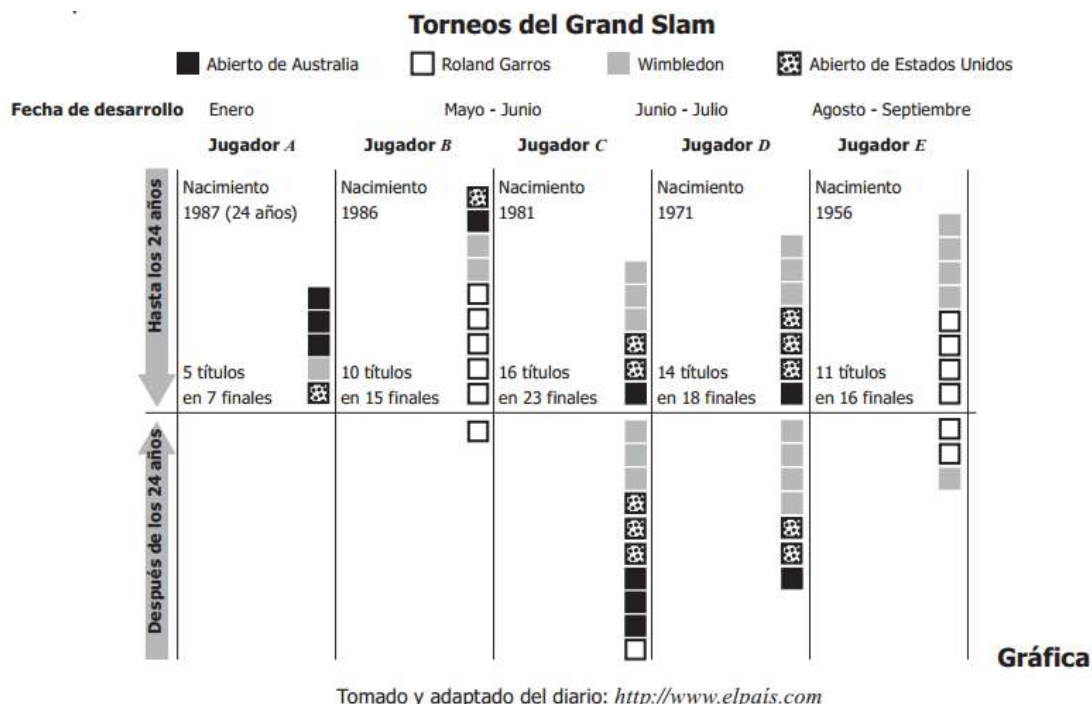
C. cada mes aumentará el abono al crédito en \$50.000, de manera que el interés disminuirá.  
D. el abono al crédito disminuirá \$50.000 cada mes, al igual que el interés.

5. El interés total de un crédito es la cantidad de dinero que se paga adicional al valor del mismo. ¿Cuál(es) de los siguientes procesos podría utilizar la entidad, para calcular el interés total del crédito de Ángela, si se pagara con la modalidad II?  
Proceso 1: calcular el 20% de \$6.000.000.  
Proceso 2: calcular el 20% de \$6.000.000 y multiplicarlo por 12.  
Proceso 3: calcular el valor de la cuota, multiplicarlo por 12 y al resultado restarle \$6.000.000.

- A. 1 solamente.  
B. 2 solamente.  
C. 1 y 3 solamente.  
D. 2 y 3 solamente.

**De acuerdo a la siguiente información responda las preguntas 6 y 7.**

En la gráfica se muestran los resultados de cinco jugadores de tenis. En Australia y Estados Unidos se juega en cancha dura, el Roland Garros en arcilla y el Wimbledon en césped. Cada uno de ellos se juega una vez al año y otorga 2.000 puntos al vencedor, mientras que otros torneos solo entregan como máximo 1.000 puntos al vencedor.



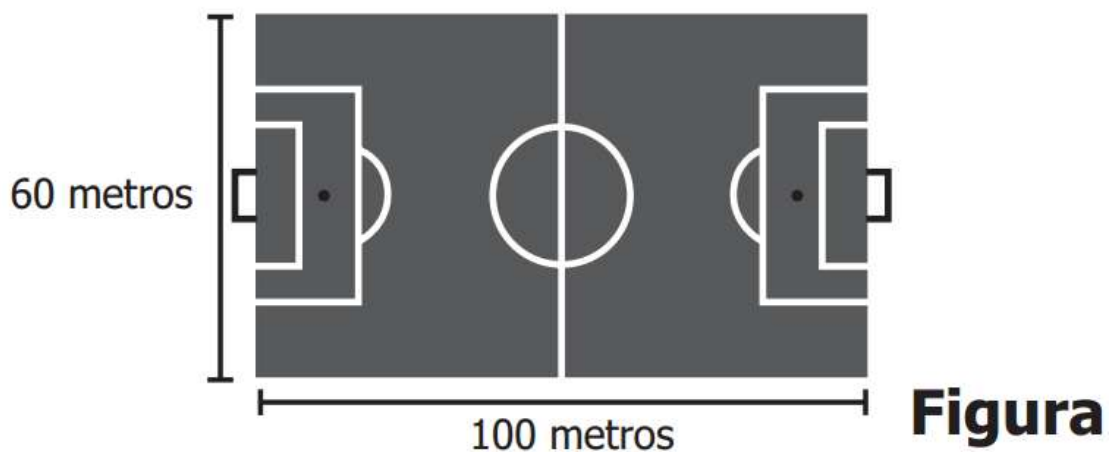
6. Se desea saber cuál de los jugadores que aparecen en la gráfica consiguió un mayor porcentaje de victorias en las finales del Grand Slam y se concluyó que fue el jugador C. Esta conclusión es incorrecta porque

- A. el jugador C no ganó Roland Garros antes de los 24 años.
- B. el más efectivo es el jugador A con 100% de torneos ganados antes de los 24 años.
- C. el más efectivo es el jugador D con 77,8% de efectividad en finales.
- D. no supera los torneos ganados en cancha dura del jugador A.

7. Considerando solamente los torneos jugados en cancha dura, ¿cuál es el promedio de torneos ganados por los cinco jugadores?

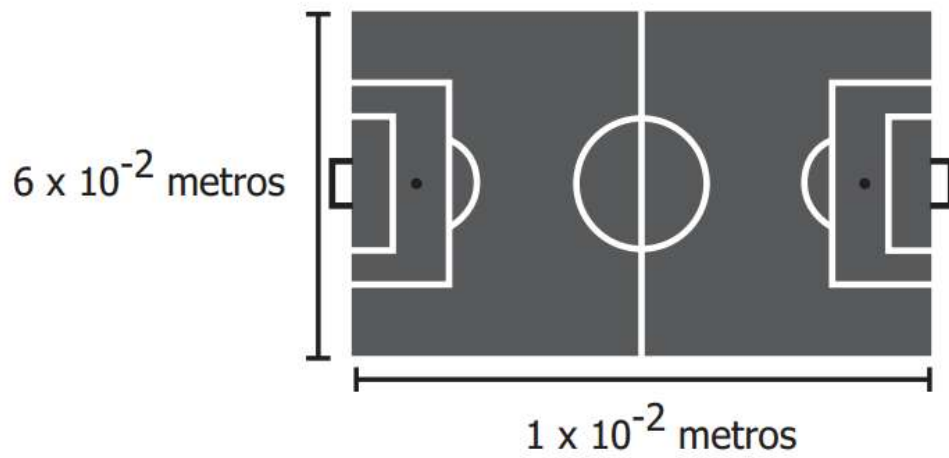
- |        |     |
|--------|-----|
| A.     | 1,2 |
| B.     | 2,0 |
| C.     | 2,6 |
| D. 4,4 |     |

8. En la figura se representa una cancha de fútbol con las medidas de sus lados.

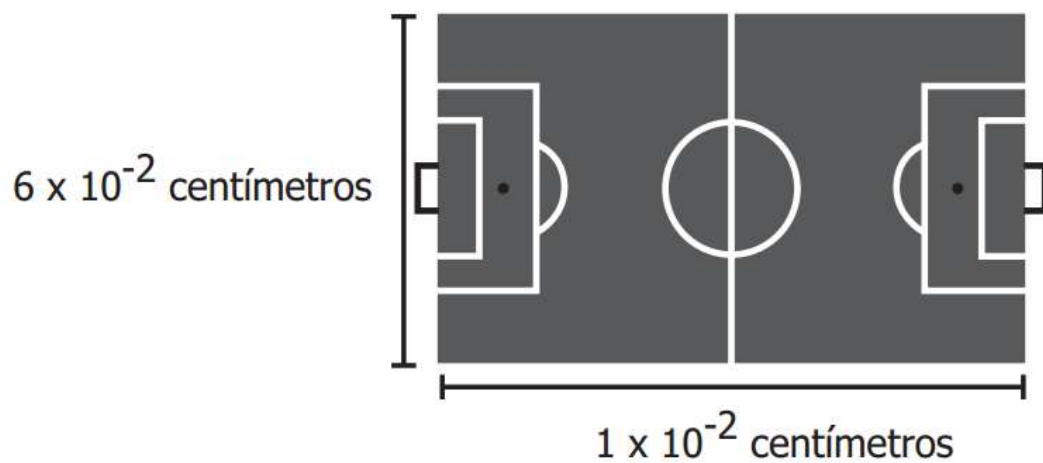


Un arquitecto realiza una maqueta del diseño de la cancha, con medida de los lados cien veces menor que las medidas originales. El diseño de la maqueta medirá

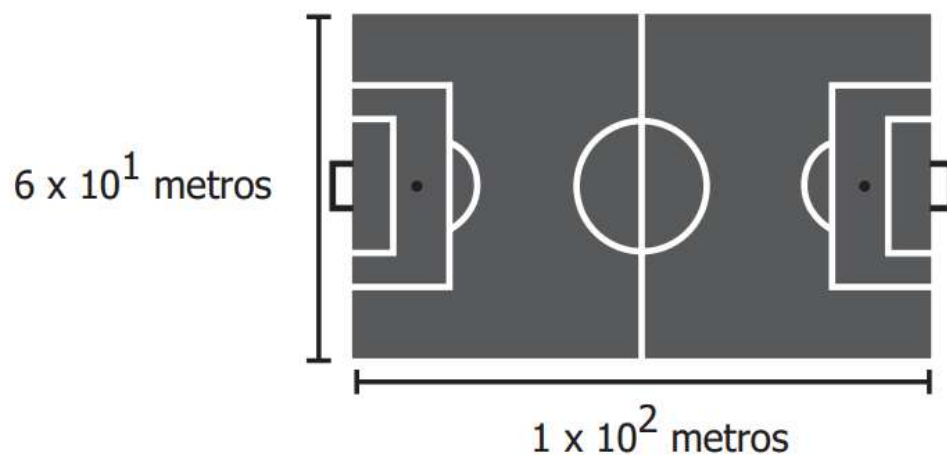
A.



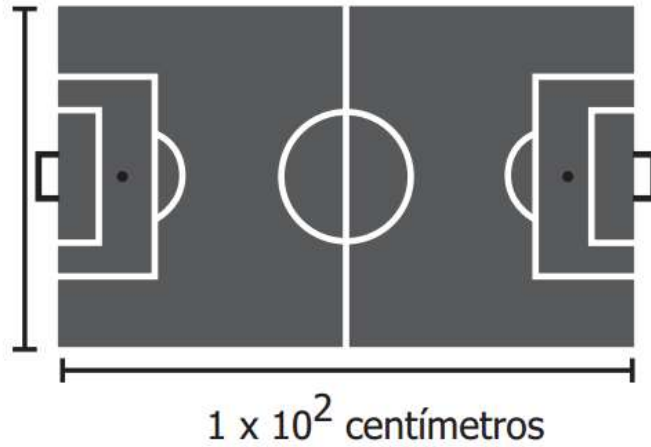
B.



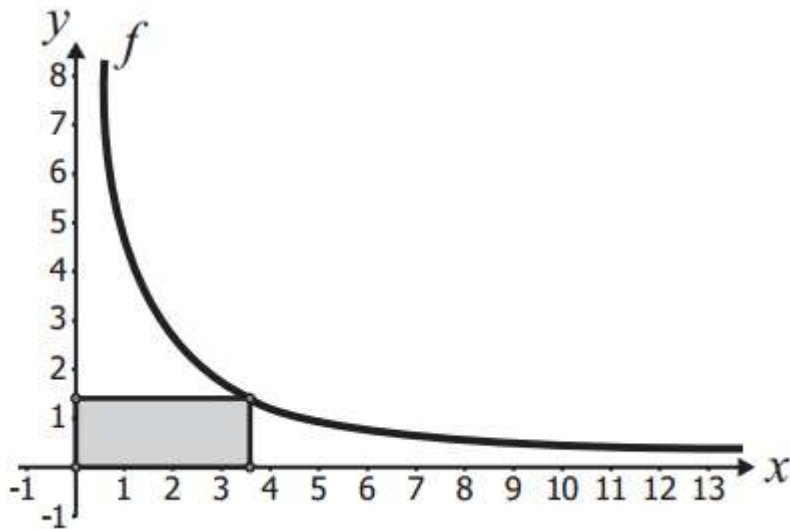
C.



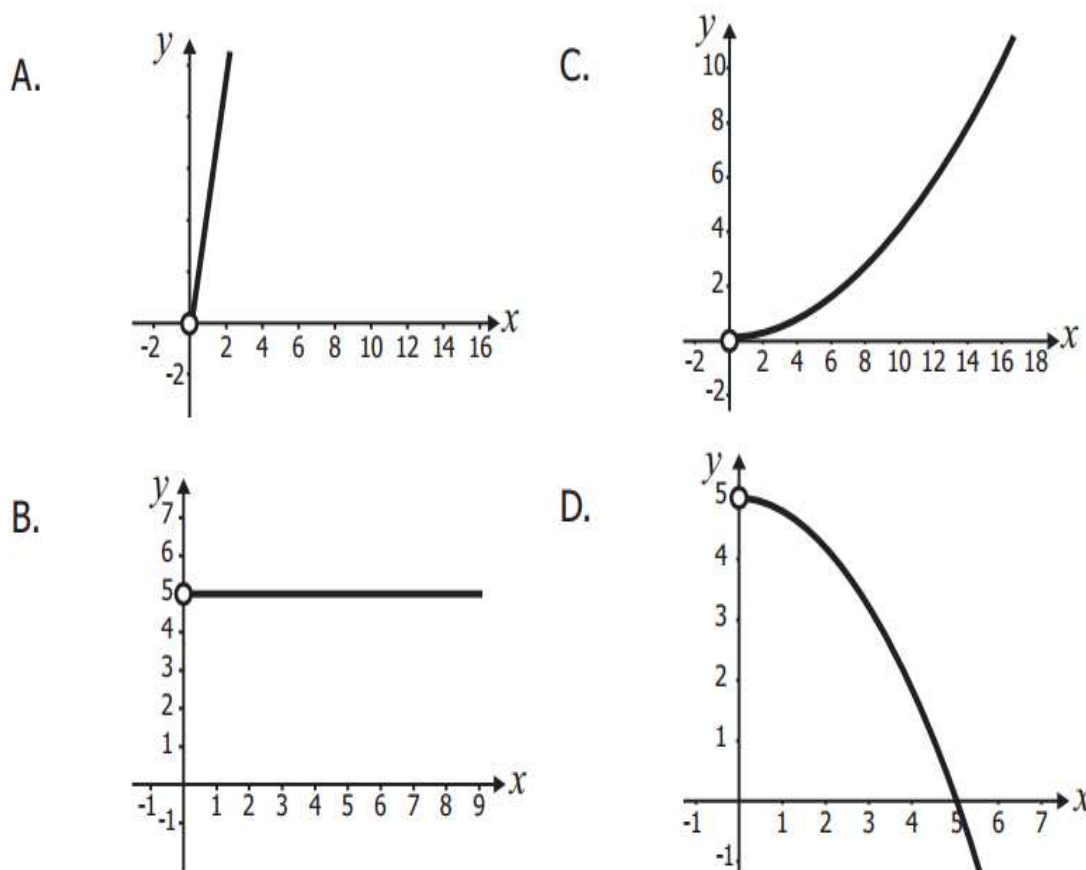
D.

 $6 \times 10^1$  centímetros

9. El área de los rectángulos que se pueden construir a partir del origen, los ejes y un punto que pertenece a la gráfica de la función  $f(x) = \frac{1}{x}$ , donde  $x > 0$ , se describe con la expresión  $Ax = xf(x)$



¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a  $Ax$ ?



Responda las preguntas 10 y 11 de acuerdo a la siguiente información.

El subsidio familiar de vivienda (SFV) es un aporte que entrega el Estado y que constituye un complemento del ahorro, para facilitar la adquisición, construcción o mejoramiento de una solución de vivienda de interés social al ciudadano. A continuación se presenta la tabla de ingresos en salarios mínimos mensuales legales vigentes (SMMLV) y el subsidio al que tiene derecho, para cierto año.

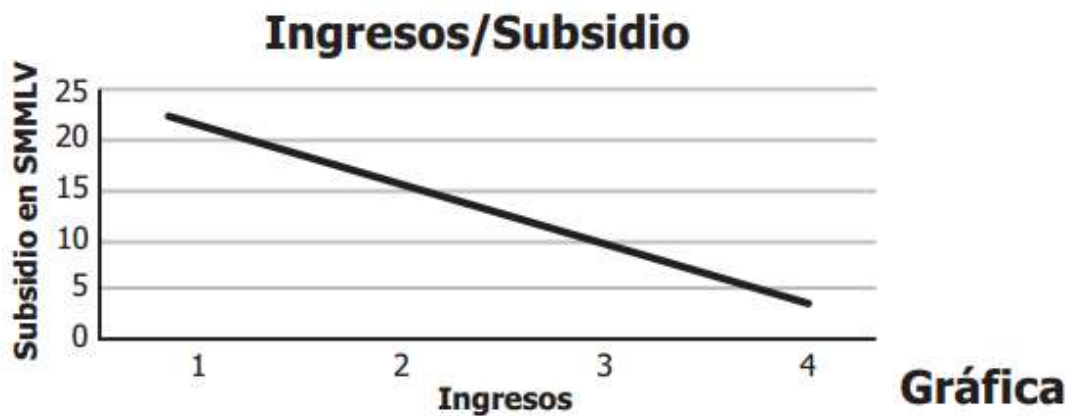
### SUBSIDIO FAMILIAR DE VIVIENDA (SFV)

Ingresos (SMMLV)		Valores \$		Valor de SFV en SMMLV
Desde	Hasta	Desde	Hasta	
0	1	0	535.600	22
1	1,5	535.601	803.400	21,5
1,5	2	803.401	1.071.200	21
2	2,25	1.071.201	1.205.100	19
2,25	2,5	1.205.101	1.339.000	17
2,5	2,75	1.339.001	1.472.900	15
2,75	3	1.472.901	1.606.800	13
3	3,5	1.606.801	1.874.600	9
3,5	4	1.804.601	2.142.400	4

10. Con el SFV más los ahorros con los que cuente el grupo familiar y el crédito que obtenga de una entidad financiera, se puede comprar la vivienda. Por tanto, el



- procedimiento correcto para estimar el valor del crédito que debe solicitarse al banco es:
- A. Valor del crédito = ingresos + ahorros + subsidio + valor de la Vivienda.  
B. Valor del crédito = valor de la vivienda – ahorros – subsidio.  
C. Valor del crédito = ingresos + ahorros – subsidio + valor de la Vivienda.  
D. Valor del crédito = valor de la vivienda + subsidio – ahorros.
11. Una persona que observa la información de la tabla elabora la gráfica que se presenta a continuación.



- La gráfica presenta una inconsistencia porque:
- A. los ingresos y el subsidio correspondientes se dan en miles de pesos, y no en SMMLV.  
B. la correspondencia entre ingresos y subsidios es inversa, pero no disminuye de manera constante y continua.  
C. faltan algunos valores de los subsidios presentados en la tabla.  
D. los valores del subsidio deben ser ascendentes, pues a menores ingresos, mayor es el subsidio.

12. En la tabla se presentan las cartas que conforman una baraja de póquer.

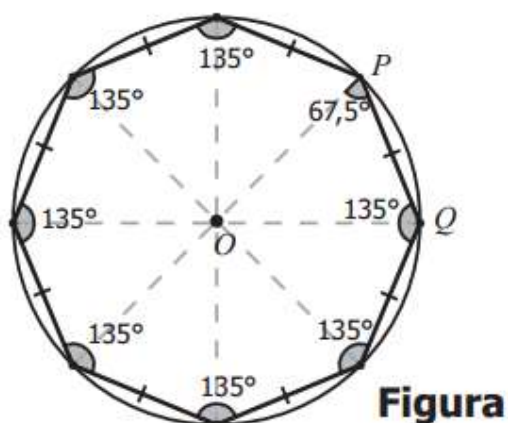
NEGRAS			ROJAS	
	Picas	Tréboles	Corazones	Diamantes
1	♠ A	♣ A	♥ A	♦ A
2	♠ 2	♣ 2	♥ 2	♦ 2
3	♠ 3	♣ 3	♥ 3	♦ 3
4	♠ 4	♣ 4	♥ 4	♦ 4
5	♠ 5	♣ 5	♥ 5	♦ 5
6	♠ 6	♣ 6	♥ 6	♦ 6
7	♠ 7	♣ 7	♥ 7	♦ 7
8	♠ 8	♣ 8	♥ 8	♦ 8
9	♠ 9	♣ 9	♥ 9	♦ 9
10	♠ 10	♣ 10	♥ 10	♦ 10
11	♠ J	♣ J	♥ J	♦ J
12	♠ Q	♣ Q	♥ Q	♦ Q
13	♠ K	♣ K	♥ K	♦ K

**Tabla**

Si la probabilidad de escoger una de ellas que cumpla dos características determinadas es cero, estas características podrían ser:

- A. Ser una carta negra y ser un número par.
- B. Ser una carta roja y ser de picas.
- C. Ser una carta de corazones y ser un número impar.
- D. Ser la carta roja K y ser de diamantes.

13. Un *octágono regular* es un polígono de ocho lados y ocho ángulos internos congruentes. La figura muestra un octágono regular inscrito en una circunferencia de radio 2.



**Figura**

Con la expresión  $X = \frac{2\text{sen}45^\circ}{\text{sen}67,5^\circ}$  se puede calcular en el octágono de la figura, la medida del

- A. ángulo  $OPQ$ .
- B. segmento  $PQ$ .
- C. ángulo  $QOP$ .
- D. segmento  $OQ$ .

14. Un *trapezio isósceles* es un cuadrilátero que tiene un solo par de lados paralelos y los otros dos, de igual medida. En un plano cartesiano se dibuja un trapezio isósceles de modo que el eje  $Y$  divide al trapezio en dos figuras iguales. Si las coordenadas de dos de los vértices del trapezio son  $(-4, 2)$  y  $(-2, 8)$ , ¿Cuáles son las coordenadas de los otros dos vértices?

- A.  $(8, 2)$  y  $(2, 4)$ .
- B.  $(2, 8)$  y  $(4, 2)$ .
- C.  $(-2, -4)$  y  $(-8, -2)$ .
- D.  $(-4, -2)$  y  $(-2, -8)$ .

15. Una fábrica de lápices que realiza el control de calidad de sus productos, selecciona una muestra de 100 lápices. En la siguiente tabla se registra la longitud de los mismos:

Cantidad de lápices	Longitud (mm)
8	149
16	150
65	151
11	152

**Tabla**

Con base en la información presentada en la anterior tabla y teniendo en cuenta que el margen de error del control de calidad es del 3%, el porcentaje correspondiente a los lápices producidos que miden 150 mm está entre.

- A. el 8% y el 16%.  
 B. el 13% y el 19%.  
 C. el 15% y el 18%.  
 D. el 16% y el 65%.

16. Sobre una circunferencia de centro  $O$  se localizan dos puntos  $P$  y  $P'$  diferentes. De las siguientes, ¿cuál figura **NO** puede resultar al unir entre sí los puntos  $P$ ,  $P'$  y  $O$ ?

- A. Un triángulo isósceles.  
 B. Un radio de la circunferencia.  
 C. Un triángulo equilátero.  
 D. Un diámetro de la circunferencia.

17. Se puede encontrar números racionales mayores que  $k$ , de manera que sean cada vez más cercanos a él, calculando  $K + \frac{1}{j}$  (con  $j$  entero positivo). Cuanto más grande sea  $j$ , más cercano a  $k$  será el racional construido. ¿Cuántos números racionales se pueden construir cercanos a  $k$  y menores que  $K + \frac{1}{11}$ ?

- A. 10, que es la cantidad de racionales menores que 11.  
 B. Una cantidad infinita, pues existen infinitos números enteros mayores que 11.  
 C. 11, que es el número que equivale en este caso a  $j$ .  
 D. Uno, pues el racional más cercano a  $k$  se halla con  $j = 10$ , es decir, con  $k + 0,1$ .

18. Un colegio necesita enviar 5 estudiantes como representantes a un foro sobre la contaminación del medio ambiente. Se decidió que 2 estudiantes sean de grado décimo y 3 de grado undécimo. En décimo hay 5 estudiantes preparados para el foro y en undécimo hay 4. ¿Cuántos grupos diferentes pueden formarse para enviar al foro?

- A. 9  
 B. 14  
 C. 20  
 D. 40

19. Entre los 16 estudiantes de un salón de clases se va a rifar una boleta para ingresar a un parque de diversiones. Cada estudiante debe escoger un número del 3 al 18. El sorteo se efectúa de la siguiente manera: se depositan 6 balotas en una urna, cada una numerada del 1 al 6; se

extrae una balota, se mira el número y se vuelve a depositar en la urna. El experimento se repite dos veces más. La suma de los tres puntajes obtenidos determina el número ganador de la rifa. Si en la primera extracción del sorteo se obtuvo 2, es más probable que el estudiante que escogió el número 10 gane la rifa a que la gane el estudiante con el número 7, porque

- A. al ser mayor el número escogido, es mayor la probabilidad de ganar.
- B. el primer estudiante tiene una posibilidad más de ganar que el segundo.
- C. es más probable seguir obteniendo números pares.
- D. es mayor la diferencia entre 10 y 18 que entre 2 y 7.

20. En determinada zona de una ciudad se construyen edificios de apartamentos en los que cada metro cuadrado tiene un costo de \$800.000, y se asegura a los compradores que en esta zona anualmente, el metro cuadrado se valoriza un 5% respecto al costo del año anterior. ¿Con cuál de las siguientes expresiones se representa el costo de un metro cuadrado en esa zona, transcurridos  $n$  años?

- A.  $800.000 + 5n$
- B.  $800.000(5n)$
- C.  $800.000\left(\frac{5}{100}\right)^n$
- D.  $800.000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^n$

**Anexo 6. Ejemplo de guía de trabajo docente.**

Protocolo de clase			
Eje temático: Análisis de tablas estadísticas y probabilidad de ocurrencia de un evento.			
Objetivo: Resolver situaciones problemas que involucren el análisis de información presentada en tablas estadísticas y determinar la probabilidad de ocurrencia de un evento, además asociar los conceptos de noción de población, muestra e inferencia muestral para resolver situaciones en distintos contextos.			
Componentes evaluados:  <b>Pensamiento:</b> Aleatorio y sistemas de datos. <b>Afirmación:</b> Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Fecha:	Duración: 180 minutos	Ayudas didácticas:  Cuaderno u hojas, Lápiz, Marcador, Tablero, Guía de trabajo.
		Clase nº 1, 2 y 3	
<b>Competencia:</b> Interpretación y representación.			
Introducción:  El resolver situaciones problemas en distintos contextos les facilita a los educandos fortalecer sus aprendizajes, debido a que de este modo logra relacionar lo aprendido con el entorno científico, social, laboral y familiar.			
Inicio de clase			
a. Toma de contacto con los estudiantes contextualizar la actividad	Se realizara una exploración de las los conceptos previos que tienen los estudiantes sobre el tema a tratar, para ello se realizaran las siguientes preguntas:  1. ¿Qué es una tabla estadística? 2. Desde tu experiencia ¿Qué es probabilidad? O ¿Qué entiendes por probabilidad? 3. ¿Qué es una población? 4. ¿Qué es una muestra? 5. ¿crees que existe diferencia entre población y muestra?, señala 2 de esas diferencias.  Estos interrogantes se realizaran de forma general al grupo de educandos, con el ánimo de motivar la participación de ellos en la clase.		

b. Estructuración de saberes	<p>De acuerdo con lo planteado por los estudiantes el docente podrá aclarar, desde las matemáticas cada uno de los conceptos que se discutirán en la clase.</p> <p><b>Estadística:</b> es una rama de las matemáticas y una herramienta que estudia usos y análisis provenientes de una muestra representativa de datos, que busca explicar las correlaciones y dependencias de un fenómeno físico o natural, de ocurrencia en forma aleatoria o condicional.</p> <p><b>Muestra:</b> es un subconjunto de casos o individuos de una población. En diversas aplicaciones interesa que una muestra sea una muestra representativa y para ello debe escogerse una técnica de muestreo adecuada que produzca una muestra aleatoria adecuada</p> <p><b>Población:</b> es el conjunto de elementos de referencia, sujetos o individuos con determinadas características sobre el que se realizan las observaciones.</p> <p><b>Probabilidad:</b> es una medida de la certidumbre asociada a un suceso o evento futuro y suele expresarse como un número entre 0 y 1 (o entre 0% y 100%).</p> <p>Los estudiantes tendrán la oportunidad de tomar apuntes si así lo consideran pertinente.</p>
c. Orientaciones para la actividad	El docente le dará la orientación a los estudiantes, para que estos se organicen en grupos de máximo 4 integrantes.
<b>Desarrollo de la clase</b>	
a. Actividad 1 Ejercicios de apertura:	<p>Los grupos de trabajo resolverán los ejercicios de apertura:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•La probabilidad de que al lanzar un dado, salga el numero 2 es de.</li> <li>•En una sala de clases hay 20 mujeres y 12 hombres. Si se escoge uno de ellos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona escogida sea hombre?</li> <li>•En una comida hay 28 hombres y 32 mujeres. Han comido carne 16 hombres y 20 mujeres, comiendo pescado el resto. Si se elige una de las personas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona escogida sea hombre?</li> </ul>

	Cada grupo nombrara un relator que se encargara de la socialización de las respuestas obtenidas. Mientras un grupo socializa los demás tomaran apuntes para complementar las respuestas o corregir si es caso.																																																																																											
b. Actividad 2 Reto saber:	<p>Se analizaran y resolverán varias situaciones problemas, a partir de los ítems planteados en el cuadernillo de la prueba saber de grado 11° del año 2014.</p> <p><b>Situación 1:</b></p> <p>En una institución educativa hay dos cursos en grado undécimo. El número de hombres y mujeres de cada curso se relaciona en la tabla:</p> <table><tr><td></td><td><b>Curso 11A</b></td><td><b>Curso 11B</b></td><td><b>Total</b></td></tr><tr><td><b>Número de mujeres</b></td><td>22</td><td>23</td><td>45</td></tr><tr><td><b>Número de hombres</b></td><td>18</td><td>12</td><td>30</td></tr><tr><td><b>Total</b></td><td>40</td><td>35</td><td>75</td></tr></table> <p style="text-align: right;"><b>Tabla</b></p> <p>La probabilidad de escoger un estudiante de grado undécimo, de esta institución, que sea mujer es de. Este valor corresponde a la razón entre el número total de mujeres y.</p> <p><b>Situación 2:</b></p> <p>En la tabla se presentan las cartas que conforman una baraja de póquer.</p> <table><tr><td></td><td colspan="2"><b>NEGRAS</b></td><td colspan="2"><b>ROJAS</b></td></tr><tr><td></td><td><b>Picas</b></td><td><b>Tréboles</b></td><td><b>Corazones</b></td><td><b>Diamantes</b></td></tr><tr><td>1</td><td>♠ A</td><td>♣ A</td><td>♥ A</td><td>♦ A</td></tr><tr><td>2</td><td>♠ 2</td><td>♣ 2</td><td>♥ 2</td><td>♦ 2</td></tr><tr><td>3</td><td>♠ 3</td><td>♣ 3</td><td>♥ 3</td><td>♦ 3</td></tr><tr><td>4</td><td>♠ 4</td><td>♣ 4</td><td>♥ 4</td><td>♦ 4</td></tr><tr><td>5</td><td>♠ 5</td><td>♣ 5</td><td>♥ 5</td><td>♦ 5</td></tr><tr><td>6</td><td>♠ 6</td><td>♣ 6</td><td>♥ 6</td><td>♦ 6</td></tr><tr><td>7</td><td>♠ 7</td><td>♣ 7</td><td>♥ 7</td><td>♦ 7</td></tr><tr><td>8</td><td>♠ 8</td><td>♣ 8</td><td>♥ 8</td><td>♦ 8</td></tr><tr><td>9</td><td>♠ 9</td><td>♣ 9</td><td>♥ 9</td><td>♦ 9</td></tr><tr><td>10</td><td>♠ 10</td><td>♣ 10</td><td>♥ 10</td><td>♦ 10</td></tr><tr><td>11</td><td>♠ J</td><td>♣ J</td><td>♥ J</td><td>♦ J</td></tr><tr><td>12</td><td>♠ Q</td><td>♣ Q</td><td>♥ Q</td><td>♦ Q</td></tr><tr><td>13</td><td>♠ K</td><td>♣ K</td><td>♥ K</td><td>♦ K</td></tr></table> <p style="text-align: right;"><b>Tabla</b></p>		<b>Curso 11A</b>	<b>Curso 11B</b>	<b>Total</b>	<b>Número de mujeres</b>	22	23	45	<b>Número de hombres</b>	18	12	30	<b>Total</b>	40	35	75		<b>NEGRAS</b>		<b>ROJAS</b>			<b>Picas</b>	<b>Tréboles</b>	<b>Corazones</b>	<b>Diamantes</b>	1	♠ A	♣ A	♥ A	♦ A	2	♠ 2	♣ 2	♥ 2	♦ 2	3	♠ 3	♣ 3	♥ 3	♦ 3	4	♠ 4	♣ 4	♥ 4	♦ 4	5	♠ 5	♣ 5	♥ 5	♦ 5	6	♠ 6	♣ 6	♥ 6	♦ 6	7	♠ 7	♣ 7	♥ 7	♦ 7	8	♠ 8	♣ 8	♥ 8	♦ 8	9	♠ 9	♣ 9	♥ 9	♦ 9	10	♠ 10	♣ 10	♥ 10	♦ 10	11	♠ J	♣ J	♥ J	♦ J	12	♠ Q	♣ Q	♥ Q	♦ Q	13	♠ K	♣ K	♥ K	♦ K
	<b>Curso 11A</b>	<b>Curso 11B</b>	<b>Total</b>																																																																																									
<b>Número de mujeres</b>	22	23	45																																																																																									
<b>Número de hombres</b>	18	12	30																																																																																									
<b>Total</b>	40	35	75																																																																																									
	<b>NEGRAS</b>		<b>ROJAS</b>																																																																																									
	<b>Picas</b>	<b>Tréboles</b>	<b>Corazones</b>	<b>Diamantes</b>																																																																																								
1	♠ A	♣ A	♥ A	♦ A																																																																																								
2	♠ 2	♣ 2	♥ 2	♦ 2																																																																																								
3	♠ 3	♣ 3	♥ 3	♦ 3																																																																																								
4	♠ 4	♣ 4	♥ 4	♦ 4																																																																																								
5	♠ 5	♣ 5	♥ 5	♦ 5																																																																																								
6	♠ 6	♣ 6	♥ 6	♦ 6																																																																																								
7	♠ 7	♣ 7	♥ 7	♦ 7																																																																																								
8	♠ 8	♣ 8	♥ 8	♦ 8																																																																																								
9	♠ 9	♣ 9	♥ 9	♦ 9																																																																																								
10	♠ 10	♣ 10	♥ 10	♦ 10																																																																																								
11	♠ J	♣ J	♥ J	♦ J																																																																																								
12	♠ Q	♣ Q	♥ Q	♦ Q																																																																																								
13	♠ K	♣ K	♥ K	♦ K																																																																																								

Si la probabilidad de escoger una de ellas que cumpla dos características determinadas es cero, estas características podrían ser.

### **Situación 3:**

Una fábrica de lápices que realiza el control de calidad de sus productos, selecciona una muestra de 100 lápices. En la siguiente tabla se registra la longitud de los mismos:

<b>Cantidad de lápices</b>	<b>Longitud (mm)</b>
8	149
16	150
65	151
11	152

**Tabla**

Con base en la información presentada en la anterior tabla y teniendo en cuenta que el margen de error del control de calidad es del 3%, el porcentaje correspondiente a los lápices producidos que miden 150 mm está entre.

Para el análisis de las situaciones se plantean las siguientes preguntas, las cuales fueron adaptadas a partir de la guía de las 8 preguntas de Richard Paul. Estas preguntas ayudaran al análisis crítico de cada una de las situaciones problemas, atendiendo a las 4 etapas para la resolución de problemas planteadas por Polya (Comprensión, Planificación, Ejecución del plan y Supervisión)

1. El propósito principal de este problema es.
2. La pregunta clave que el autor trata de contestar es.
3. La información más importante para darle solución a esta situación problema es.
4. Las principales inferencias que se pueden hacer a partir de esta situación problema, son.
5. Los conceptos claves que necesitamos comprender en esta situación problema son... Con estos conceptos el autor quiere decir.
6. Las suposiciones principales bajo el pensamiento del autor son.
7. Si tomamos esta línea de razonamiento con seriedad, las implicaciones son.



	<p>8. Si no tomamos en serio esta línea de razonamiento, las implicaciones son.</p> <p>9. Los principales puntos de vista presentados en esta situación problema son.</p>
--	---

Cierre de la clase	
c. Socialización	<p>Cada grupo nombrara un estudiante como relator para socializar los acuerdos a los cuales llegaron en cada uno de los interrogantes anteriores, mientras el resto de los grupos toma atenta nota para apoyar o refutar los consensos de cada grupo, en este momento el docente puede incentivar la participación de los educandos a través de las siguientes preguntas, ¿están de acuerdo con lo planteado por este grupo?, ¿Qué podemos aportarle a lo expuesto por el grupo? Mediante este proceso se lograra vivenciar tres tipos de evaluación (Autoevaluación, Coevaluación y la heteroevaluación).</p>

## Anexo 7. Guía de trabajo estudiantes:

### Guía de trabajo del estudiante.

**Estadística:** es una rama de las matemáticas y una herramienta que estudia usos y análisis provenientes de una muestra representativa de datos, que busca explicar las correlaciones y dependencias de un fenómeno físico o natural, de ocurrencia en forma aleatoria o condicional.

**Muestra:** es un subconjunto de casos o individuos de una población. En diversas aplicaciones interesa que una muestra sea una muestra representativa y para ello debe escogerse una técnica de muestreo adecuada que produzca una muestra aleatoria adecuada.

**Población:** es el conjunto de elementos de referencia, sujetos o individuos con determinadas características sobre el que se realizan las observaciones.

**Probabilidad:** es una medida de la certidumbre asociada a un suceso o evento futuro y suele expresarse como un número entre 0 y 1 (o entre 0% y 100%).

### Actividad grupal Nº 1.

- La probabilidad de que al lanzar un dado, salga el número 2 es de.
- En una sala de clases hay 20 mujeres y 12 hombres. Si se escoge uno de ellos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona escogida sea hombre?
- En una comida hay 28 hombres y 32 mujeres. Han comido carne 16 hombres y 20 mujeres, comiendo pescado el resto. Si se elige una de las personas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona escogida sea hombre?

Cada grupo nombrará un relator que se encargará de la socialización de las respuestas obtenidas. Mientras un grupo socializa los demás tomarán apuntes para complementar las respuestas o corregir si es caso.

### Actividad 2

#### Reto saber:

#### Situación 1:

En una institución educativa hay dos cursos en grado undécimo. El número de hombres y mujeres de

	Curso 11A	Curso 11B	Total
Número de mujeres	22	23	45
Número de hombres	18	12	30
Total	40	35	75

cada curso se relaciona en la tabla:

**Tabla**

La probabilidad de escoger un estudiante de grado undécimo, de esta institución, que sea mujer es de. Este valor corresponde a la razón entre el número total de mujeres y.

## Situación 2:

En la tabla se presentan las cartas que conforman una baraja de póquer.

NEGRAS			ROJAS	
	Picas	Tréboles	Corazones	Diamantes
1	♠ A	♣ A	♥ A	♦ A
2	♠ 2	♣ 2	♥ 2	♦ 2
3	♠ 3	♣ 3	♥ 3	♦ 3
4	♠ 4	♣ 4	♥ 4	♦ 4
5	♠ 5	♣ 5	♥ 5	♦ 5
6	♠ 6	♣ 6	♥ 6	♦ 6
7	♠ 7	♣ 7	♥ 7	♦ 7
8	♠ 8	♣ 8	♥ 8	♦ 8
9	♠ 9	♣ 9	♥ 9	♦ 9
10	♠ 10	♣ 10	♥ 10	♦ 10
11	♠ J	♣ J	♥ J	♦ J
12	♠ Q	♣ Q	♥ Q	♦ Q
13	♠ K	♣ K	♥ K	♦ K

**Tabla**

Si la probabilidad de escoger una de ellas que cumpla dos características determinadas es cero, estas características podrían ser.

## Situación 3:

Una fábrica de lápices que realiza el control de calidad de sus productos, selecciona una muestra de 100 lápices. En la siguiente tabla se registra la longitud de los mismos:

Cantidad de lápices	Longitud (mm)
8	149
16	150
65	151
11	152

**Tabla**

Con base en la información presentada en la anterior tabla y teniendo en cuenta que el margen de error del control de calidad es del 3%, el porcentaje correspondiente a los lápices producidos que miden 150 mm está entre.

Para el análisis de las situaciones se plantean las siguientes preguntas, las cuales fueron adaptadas a partir de la guía de las 8 preguntas de Richard Paul. Estas preguntas ayudaran al análisis crítico de cada una de las situaciones problemas, atendiendo a las 4 etapas para la resolución de problemas planteadas por Polya (Comprensión, Planificación, Ejecución del plan y Supervisión)

1. El propósito principal de este problema es.

2. La pregunta clave que el autor trata de contestar es.
3. La información más importante para darle solución a esta situación problema es.
4. Las principales inferencias que se pueden hacer a partir de esta situación problema, son.
5. Los conceptos claves que necesitamos comprender en esta situación problema son... Con estos conceptos el autor quiere decir.
6. Las suposiciones principales bajo el pensamiento del autor son.
7. Si tomamos esta línea de razonamiento con seriedad, las implicaciones son.
8. Si no tomamos en serio esta línea de razonamiento, las implicaciones son.
9. Los principales puntos de vista presentados en esta situación problema son.

### **Socialización**

Cada grupo nombrara un estudiante como relator para socializar los acuerdos a los cuales llegaron en cada uno de los interrogantes anteriores, mientras el resto de los grupos toma atenta nota para apoyar o refutar los consensos de cada grupo.

**Anexo 8. Guía de trabajo estudiantes:**

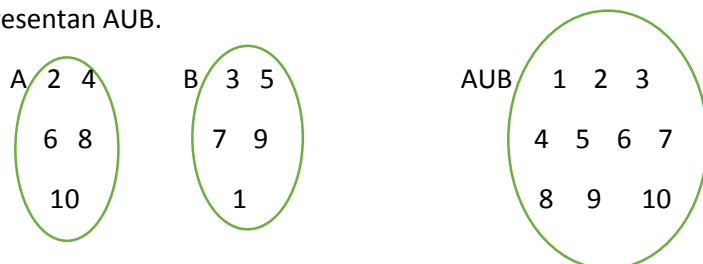
## Guía de trabajo del estudiante 2.

**Conjunto:** se define como la agrupación de varios elementos que comparten características semejantes. Los conjuntos se nombran usualmente con letras mayúsculas.

Operaciones entre conjuntos.

Existen unas operaciones básicas que se pueden realizar con los conjuntos. Estas operaciones son la **unión**, la **diferencia**, la **diferencia simétrica** y el **complemento**.

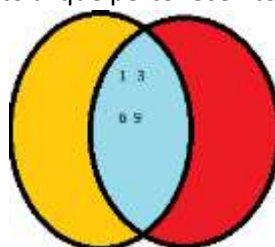
La **unión** de dos conjuntos A y B es el conjunto al que pertenecen todos los elementos de A y B. se representan AUB.



La intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto al que pertenecen todos los elementos comunes de A y B. Se nombra como  $A \cap B$ .

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \quad B = \{1; 3; 6; 9; 12; 15; 18\}$$

$$A \cap B = \{1; 3; 6; 9\} \quad A \cap B =$$

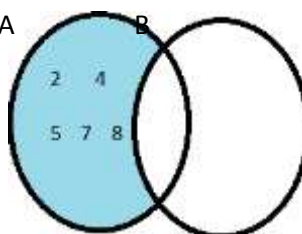


La **diferencia** entre A y B, notada como  $A - B$ , es el conjunto al que pertenecen los elementos de A que no pertenecen a B.

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \quad B = \{1; 3; 6; 9; 12; 15; 18\}$$

$$A - B = \{2; 4; 5; 7; 8\}$$

$$A - B =$$

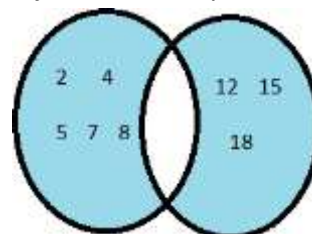


La **diferencia simétrica** de dos conjuntos A y B es el conjunto  $A \Delta B$  cuyos elementos pertenecen ya sea a A o a B pero a ambos a la vez.

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \quad B = \{1; 3; 6; 9; 12; 15; 18\}$$

$$A \Delta B = \{2; 4; 5; 7; 8; 12; 15; 18\}$$

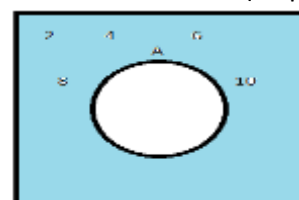
$$A \Delta B =$$



El **complemento** de un conjunto A es el conjunto  $A^c$  que contiene todos los elementos (respecto a un conjunto referencial) que no pertenecen a A.

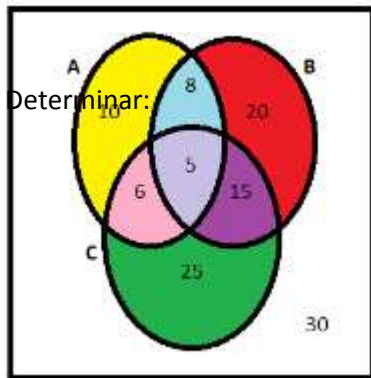
$$U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\} \quad A = \{1; 3; 5; 7; 9\} \quad A^c =$$

$$A^c = \{2; 4; 6; 8\}$$



**Ejercicios de Apertura:**

Dado el siguiente diagrama de Venn.



- A)  $A \cup B$   
 B)  $A \cap C$   
 C)  $B - C$

- D)  $B^c$   
 E)  $C \Delta A$

- F)  $A \cap C$   
 G)  $B \Delta C$

**Transferencia:****Situación 1.**

En una encuesta realizada a 50 estudiantes de la I.E.D. Silvia Cotes de Biswell, sobre sus gustos a la hora de alimentarse, se obtuvieron los siguientes resultados. 23 estudiantes prefieren comer Carne, a 22 les gusta el Pescado, 27 prefieren el Pollo, 10 estudiantes les gustan la Carne y el Pollo, 7 comen Pescado y Pollo, 8 prefieren la Carne y el Pescado, mientras que 3 estudiantes les gustan las tres comidas.

A cuantos estudiantes les gusta un solo tipo de alimento.

Estrategia de análisis de la situación problema, a partir de las siguientes preguntas, las cuales fueron adaptadas a partir de la guía de las 8 preguntas de RichardPauld.

**Comprensión de la situación problema:**

1. El propósito principal de este problema es.

R) Determinar a cuantos estudiantes les gusta un solo tipo de alimento.

2. La pregunta clave que el autor trata de contestar es.

R) ¿a cuántos estudiantes les gusta un solo tipo de alimento?

3. La información más importante para darle solución a esta situación problema es.

R) El número de estudiantes que le gusta una, dos o los tres tipos de alimento.

**Creación de una estrategia (Planificación):**

4. Las principales inferencias que se pueden hacer a partir de esta situación problema, son.

R) Se podrá conocer a cuantos estudiantes les gusta una, dos o los tres tipos de alimento, a través del diseño de un diagrama de Venn.

5. Los conceptos claves que necesitamos comprender en esta situación problema son... Con estos conceptos el autor quiere decir.

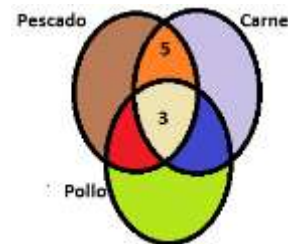
R) El concepto de conjunto, las operaciones entre conjunto (Unión, Intercepción, Diferencia, Diferencia Triangular y Complemento), diagrama de Venn.

### Ejecución del plan:

6. Las suposiciones principales bajo el pensamiento del autor son.

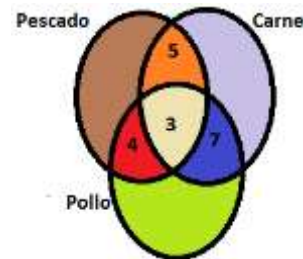
R) Las matemáticas no son un objeto estático y tienen influencia en múltiples contextos como en este caso el autor nos ubicó en un contexto conocido (Familiar o personal).

A 3 estudiantes les gustan las tres comidas. 8 prefieren la Carne y el Pescado

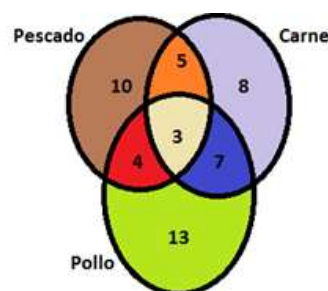


7 comen Pescado y Pollo.

10 estudiantes les gustan la Carne y el Pollo.



Teniendo en cuenta el resto de la información suministrada en la situación problemas, podemos terminar nuestro diagrama de Venn. Lo cual indica que solo a 31 estudiantes les gusta un tipo de comida.



### Supervisión:

7. Si tomamos esta línea de razonamiento con seriedad, las implicaciones son.

R) Al seguir con detenimiento las orientaciones dadas por el autor de esta situación problema, esta se logra resolver sin mayor dificultad.

8. Si no tomamos en serio esta línea de razonamiento, las implicaciones son.

R) Al no tomar con seriedad cada una de las orientaciones dadas por en la situación, no se puede dar la solución al problema.

9. Los principales puntos de vista presentados en esta situación problema son.

R) Mediante esta situación se logró abordar los conceptos de conjunto, las operaciones entre conjunto (Unión, Intersección, Diferencia, Diferencia Triangular y Complemento), diagrama de Venn, utilizando un contexto conocido (Familiar o personal).

### **Situación 2:**

Cada uno de los 40 estudiantes de un curso practica al menos uno de estos deportes: futbol, baloncesto o voleibol. Se sabe que 18 juegan futbol, 20 practican baloncesto, 27 juegan voleibol, 7 prefieren futbol y baloncesto, 12 juegan baloncesto y voleibol y 4 prefieren los tres deportes.

¿Cuántos estudiantes juegan futbol y voleibol pero no juegan baloncesto?

### **Situación 3:**

En un grupo de 38 aspirantes a un cargo en una empresa extranjera, 19 hablan francés, 15 hablan alemán, 5 hablan inglés y francés, 7 inglés y alemán, 2 personas hablan los tres idiomas. De acuerdo con la información cuantos de los aspirantes solo hablan uno de estos idiomas.

Aplica la estrategia de análisis de situaciones problemas, a partir de la adaptación de las preguntas de la guía de Richard Paul.

### **Comprensión de la situación problema:**

1. El propósito principal de este problema es.
2. La pregunta clave que el autor trata de contestar es.
3. La información más importante para darle solución a esta situación problema es.

### **Creación de una estrategia (Planificación):**

4. Las principales inferencias que se pueden hacer a partir de esta situación problema, son.
5. Los conceptos claves que necesitamos comprender en esta situación problema son... Con estos conceptos el autor quiere decir.

### **Ejecución del plan:**

6. Las suposiciones principales bajo el pensamiento del autor son.

### **Supervisión:**

7. Si tomamos esta línea de razonamiento con seriedad, las implicaciones son.
8. Si no tomamos en serio esta línea de razonamiento, las implicaciones son.
9. Los principales puntos de vista presentados en esta situación problema son.



**Anexo 9. Imágenes sesiones de trabajo durante la intervención.**



**Anexo 10. Imágenes aplicación pos test.**



